LÊ MẬU THỐNG - LÊ MẬU THIỆN

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 9

TẬP 1



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LÊ MẬU THỐNG – LÊ MẬU THIỆN

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

TOÁN 9

TẬP 1

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Lời nói đầu

Quyển sách BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 9 (Tập 1) được biên oạn theo chương trình Toán 9 hiện hành.

Những bài tập thuộc loại trắc nghiệm có nhiều lựa chọn đa dạng, lược sắp xếp từ dễ đến khó nhằm giúp học sinh tự học, tự rèn luyện iến thức toán từ cơ bản đến nâng cao.

Nội dung quyển sách gồm có :

- Phần đại số :
  - Chương I   Căn bậc hai – Căn bậc ba
  - Chương II   Hàm số bậc nhất
- Phần hình học :
  - Chương I   Hệ thức lượng trong tam giác vuông
  - Chương II   Đường tròn

Mỗi vấn đề trong chương đều có phần tóm tắt kiến thức cơ bản, bài ập trắc nghiệm

Cuối mỗi chương đều có phần ôn tập chương và hướng dẫn cách giải nột số bài tập của chương.

Phần ôn tập cuối năm học là bộ đề tổng hợp giúp học sinh tự làm, ự kiểm tra đánh giá kết quả học tập của mình.

Tác giả hy vọng quyển sách này còn giúp phụ huynh học sinh có tài iệu để hướng dẫn, kiểm tra việc học toán của con em mình.

Dù chúng tôi cố gắng nhiều trong quá trình biên soạn nhưng chắc thông tránh khỏi một số thiếu sót. Rất mong nhận được ý kiến đóng góp ừ bạn đọc để giúp chúng tôi có điều kiện hoàn chỉnh quyển sách nhằm phục vụ bạn đọc tốt hơn.

Các tác giả

PHẦN ĐẠI SỐ

CHƯƠNG I. CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

Vấn đề 1. CĂN BẬC HAI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Căn bậc hai

Định nghĩa

Căn bậc hai của số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$

- Mỗi số thực **a dương** có đúng hai căn bậc hai là *hai số đối nhau*
  - **Số dương** kí hiệu là $\sqrt{a}$
  - **Số âm** kí hiệu là $-\sqrt{a}$
- Số 0 có đúng một căn bậc hai là chính số 0, $\sqrt{0} = 0$.

* Số **a âm không có căn bậc hai**, khi đó ta nói biểu thức $\sqrt{a}$ không có nghĩa ($\sqrt{a}$ không xác định).

Ví dụ:

- $\sqrt{49} = 7$ vì $49 = 7^2$
- Số 16 có hai căn bậc hai, đó là : $\sqrt{16} = 4$ và $-\sqrt{16} = -4$

2 Căn bậc hai số học

Định nghĩa

* *Với số dương a, $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a.*

* *Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0.*

- *Số x là căn bậc hai số học của a, kí hiệu $x = \sqrt{a}$.*
- $\sqrt{a} \geq 0$ *và* $(\sqrt{a})^2 = a$.

Ví dụ 1:

- Căn bậc hai số học của 9 là 3 ($\sqrt{9} = 3$) vì $9 = 3^2$.
- Căn bậc hai số học của 121 là 11 ($\sqrt{121} = 11$) vì $121 = 11^2$.

Ví dụ 2:
- $\left(\sqrt{15}\right)^2 = 15$
- $\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2 = x^2 + 1$

3 So sánh các căn bậc hai số học

Định lí

Với a, b là hai số không âm, ta có : $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

Ví dụ 1: $10 > 9 \Rightarrow \sqrt{10} > \sqrt{9} = 3$

Ví dụ 2: So sánh 7 và $\sqrt{47}$

Ta có $\begin{cases} 7^2 = 49 \\ (\sqrt{47})^2 = 47 \end{cases}$

Mà $49 > 47$ nên $7 > \sqrt{47}$

☞ ***Chú ý***

* *Nếu $x = \sqrt{a}$ thì $x \geq 0$ và $x^2 = a$.*

* *Đảo lại, nếu $x \geq 0$ và $x^2 = a$ thì $x = \sqrt{a}$.*

Tóm tắt $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

B. BÀI TẬP

1. Tìm căn bậc hai số học của các số : 0,01 ; 0,49 ; 0,0081 ; 0,000064.
Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\sqrt{0,01} = 0,1$ **B.** $\sqrt{0,49} = 0,7$

C. $\sqrt{0,0081} = 0,009$ **D.** $\sqrt{0,000064} = 0,008$

2. Trong các số $\sqrt{-6^2}$; $\sqrt{6^2}$; $-\sqrt{6^2}$; $-\sqrt{(-6^2)}$ thì số nào là căn bậc hai số học của 36.

A. $\sqrt{-6^2}$ **B.** $\sqrt{6^2}$ **C.** $-\sqrt{6^2}$ **D.** $-\sqrt{(-6^2)}$

3. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Căn bậc hai của 121 là 11

B. Căn bậc hai của 144 là 12

C. $\sqrt{169} = \pm 13$

D. Căn bậc hai của 225 là 15 và -15

4. Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

A. ☐ $4 > \sqrt{25}$ **B.** ☐ $6 < \sqrt{39}$

C. ☐ $2 < \sqrt{2} + 1$ **D.** ☐ $1 < \sqrt{3} - 1$

5. Khẳng định nào sau đây đúng?

Cho số dương a :

A. Nếu $a > 1$ thì $\sqrt{a} > 1$ **B.** Nếu $a > 1$ thì $a > \sqrt{a}$

C. A), B) đều đúng **D.** A), B) đều sai

6. Khẳng định nào sau đây đúng?

Cho số dương a

A. Nếu $a < 1$ thì $\sqrt{a} < 1$ **B.** Nếu $a < 1$ thì $a < \sqrt{a}$

C. A) đúng ; B) sai **D.** A), B) đều đúng

7. Tìm số x không âm, biết $\sqrt{x} < 8$

A. $x > 16$ **B.** $x < 16$ **C.** $x < 64$ **D.** $x > 64$

8. Tìm x, biết: $x^2 = 7$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $x_1 = 2,65$ và $x_2 = -2,65$ **B.** $x_1 = 2,83$ và $x_2 = -2,83$

C. $x_1 = 3,14$ và $x_2 = -3,14$ **D.** A), B), C) đều sai

9. Tìm x, biết $x^2 = \sqrt{7}$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

A. $x = 1,528$ và $x = -1,528$ **B.** $x = 1,627$ và $x = -1,627$

C. $x = 0,845$ và $x = -0,845$ **D.** $x = 0,947$ và $x = -0,947$

10. Giải phương trình $\sqrt{x} = -2$ (*)

A. Phương trình có nghiệm $x = -4$

B. Phương trình có nghiệm $x = 4$

C. Phương trình có nghiệm $x = \pm 4$

D. Phương trình vô nghiệm

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	B	D	×	C	D	C	A	B	D

Vấn đề 2. CĂN BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Căn bậc hai của một biểu thức

Định lí *Với mọi số a, ta có* $\sqrt{a^2} = |a|$.

Ví dụ $\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = \left|\sqrt{5}-2\right|$

Mà $\sqrt{5} > 2$ nên $\sqrt{5} - 2 > 0 \Rightarrow \left|\sqrt{5}-2\right| = \sqrt{5}-2$

Vậy $\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = \sqrt{5}-2$

Giải

- Ta có $y = x + 1 + \sqrt{(x-1)^2} = x + 1 + |x-1|$

Mà $x \geq 1$ nên $x - 1 \geq 0 \Rightarrow |x-1| = x - 1$

* Vậy $y = x + 1 + (x - 1) \Leftrightarrow y = 2x\ (x \geq 1)$

Tổng quát

- *Nếu A là một biểu thức đại số thì biểu thức* $\sqrt{A}$ *được gọi là căn thức bậc hai của A, và A được gọi là* ***biểu thức lấy căn*** *hay* ***biểu thức dưới dấu căn.***
- $\sqrt{A}$ *xác định (có ý nghĩa) khi* $A \geq 0$

Ví dụ: • $\sqrt{x+1}$ xác định $\Leftrightarrow x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

• $\dfrac{1}{\sqrt{4-x}}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x \neq 0 \\ 4 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 - x > 0 \Leftrightarrow x < 4$

2 Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

- $\sqrt{A^2} = A$ *nếu* $A \geq 0$
- $\sqrt{A^2} = -A$ *nếu* $A < 0$

Ví dụ: Rút gọn biểu thức $P = x + 2 + \sqrt{x^2 - 4x + 4}\ (x \geq 2)$

Giải

* Ta có:

$P = x + 2 + \sqrt{(x-2)^2} = x + 2 + |x - 2|$

Mà $x \geq 2$ nên $x - 2 \geq 0 \Rightarrow |x - 2| = x - 2$

- Vậy $P = x + 2 + x - 2$ hay $P = 2x$

B. BÀI TẬP

1. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\sqrt{3x}$ xác định $\Leftrightarrow x \geq 0$ **B.** $\sqrt{-9x}$ xác định $\Leftrightarrow x \leq 0$

C. $\sqrt{\dfrac{x-5}{3}}$ xác định $\Leftrightarrow x \geq 5$ **D.** $\sqrt{\dfrac{-4}{x-9}}$ xác định $x > 7$

2. Điền vào chỗ trống (...) để được các khẳng định đúng ?

A. Điều kiện xác định của $\sqrt{-3xy^2}$ là ......

B. Điều kiện xác định của $\sqrt{5-4x}$ là ......

C. Điều kiện xác định của $\sqrt{x^2-81}$ là ......

D. Điều kiện xác định của $\sqrt{\dfrac{5y-1}{4x^2}}$ là ......

3. Điều kiện xác định của $\sqrt{\dfrac{a^2+1}{a^3}}$ là:

A. $a \geq 0$ **B.** $a \leq 0$ **C.** $a > 0$ **D.** $a > -1$

4. Điều kiện xác định của $\sqrt{\dfrac{(1-x)^3}{x^2+3}}$ là:

A. $x \leq 1$ **B.** $x > 1$ **C.** $x \leq 3$ **D.** $x > -3$

5. Điều kiện xác định của $\sqrt{x^2+x-6}$ là:

A. $x \leq 2$ **B.** $x \geq -3$

C. $x \leq -3$ hoặc $x > 2$ **D.** $-3 \leq x \leq 2$

6. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $8+2\sqrt{15} = \left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2$ **B.** $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}$

C. $\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{5}-1$ **D.** $\sqrt{10-4\sqrt{6}} = 2-\sqrt{6}$

7. Giải phương trình : $\sqrt{4x^2} = x+1$

A. Phương trình có nghiệm: $x = -1$ và $x = \dfrac{1}{3}$

B. Phương trình có nghiệm: $x = -\dfrac{1}{3}$ và $x = 1$

C. Phương trình có nghiệm: $x = 1$ và $x = -1$

D. A), B), C) đều sai

8. Giải phương trình: $\sqrt{x^2+6x+9} = 3x-1$.

A. Phương trình có nghiệm: x = 2

B. Phương trình có nghiệm: x = – 2 và x = 2

C. Phương trình có nghiệm: x = 3 và x = 2

D. Phương trình có nghiệm: x = – 3 và x = 2

9. Rút gọn biểu thức: $P = 2\sqrt{(-3)^6} + 4\sqrt{(-2)^8}$

A. P = – 108

B. P = 118

C. $P = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

D. $P = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$

10. Rút gọn biểu thức: $Q = \dfrac{x^2 + 2\sqrt{3}x + 3}{x^2 - 3}$ với $x \neq \pm\sqrt{3}$

A. $Q = \dfrac{\sqrt{3}}{x-3}$

B. $Q = \dfrac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}}$

C. $Q = \dfrac{x+\sqrt{3}}{x-3}$

D. $Q = \dfrac{x+\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}}$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	×	C	A	C	D	B	A	B	D

Vấn đề 3. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định lí

Với hai số a và b không âm, ta có $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$

* *Định lí trên có thể mở rộng cho tích của nhiều số không âm (Cụ thể với a, b, c, ... ≥ 0 ta có $\sqrt{a.b.c} = \sqrt{a}.\sqrt{b}.\sqrt{c}$ ......)*

2 Áp dụng

a) Khai phương một tích

Quy tắc

Muốn khai phương một tích của các số không âm ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau.

($\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$ với a ≥ 0 và b ≥ 0)

Ví dụ 1: $\sqrt{16 \times 81} = \sqrt{16} \times \sqrt{81} = 4 \times 9 = 36$

Ví dụ 2: $\sqrt{128} = \sqrt{64 \times 2} = \sqrt{64} \times \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

b)) Nhân các căn thức bậc hai

Quy tắc

Muốn nhân các căn thức bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi lấy căn bậc hai của kết quả đó.

($\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$ với a ≥ 0 và b ≥ 0)

Ví dụ 1: $\sqrt{2}.\sqrt{8} = \sqrt{2.8} = \sqrt{16} = 4$

Ví dụ 2: $\sqrt{27}.\sqrt{3} = \sqrt{27.3} = \sqrt{81} = 9$

* ***Đặc biệt, với biểu thức A ≥ 0, ta có :*** $\left(\sqrt{A}\right)^2 = \sqrt{A^2} = A$

Ví dụ 1: $\left(\sqrt{7-\sqrt{2}}\right)^2 = 7 - \sqrt{2}$

Ví dụ 2: Với x > 3 ta có $\left(\sqrt{x-3}\right)^2 = x - 3$

B. BÀI TẬP

1. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{5}.\sqrt{80} = 20$ **B.** $\sqrt{90.6,4} = 24$

C. $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = 12$ **D.** A), B), C) đều đúng

2. Tính: $M = \sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440}$

A. M = 108 **B.** M = 110 **C.** M = 120 **D.** M = 135

3. Tính: $N = \sqrt{146,5^2 - 109,5^2 + 27.256}$

A. N = 96 **B.** N = 108

C. N = 128 **D.** A), B), C) đều sai

4. Tính : $T = \sqrt{7+\sqrt{13}}.\sqrt{7-\sqrt{13}}$

A. T = – 6 **B.** T = 6

C. $T = 7 + \sqrt{13}$ **D.** $T = 7 - \sqrt{13}$

5. Tính: $E = 3\sqrt{5}(\sqrt{2} - 2) + (3 + \sqrt{5})^2 - 3\sqrt{10}$

A. $E = 2\sqrt{13}$ B. $E = -6\sqrt{14}$ C. $E = -13$ D. $E = 14$

6. Rút gọn: $P = \dfrac{\sqrt{10} + \sqrt{19}}{2\sqrt{5} + \sqrt{38}}$

A. $P = \sqrt{2}$ B. $P = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C. $P = 2\sqrt{3}$ D. $P = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

7. Cho các biểu thức: $M = \sqrt{x+3}.\sqrt{x-5}$ và $N = \sqrt{(x+3)(x-5)}$

Điều kiện để M và N đồng thời có nghĩa là:

A. $x \geq 5$ B. $x \leq -3$

C. $x \leq -3$ hoặc $x \geq 5$ D. A), B), C) đều sai

8. Điều kiện để $4\sqrt{x+4} + \sqrt{x^2 - 16}$ có nghĩa là :

A. $x = -4$ B. $x = 4$ C. $x \geq 4$ D. $x \leq 4$

9. Rút gọn: $E = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$

A. $E = 1 + \sqrt{5}$ B. $E = 1 - \sqrt{3}$ C. $E = \sqrt{2} - 1$ D. $E = 1 + \sqrt{2}$

10. Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

A. ☐ $\sqrt{x-8} = 1 \Leftrightarrow x = 4$ B. ☐ $\sqrt{3x-5} = -4 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$

C. ☐ $\sqrt{2x-3} = \sqrt{5} \Leftrightarrow x = 4$ D. ☐ $\sqrt{x^2+1} = 1 \Leftrightarrow x = 1$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	A	C	B	D	B	A	C	D	×

Vấn đề 4. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định lí

Với số a ≥ 0 và b > 0, ta có $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2 Áp dụng

a) Khai phương một thương

Quy tắc

Muốn khai phương một thương $\frac{a}{b}$, trong đó số a không âm và số b dương, ta có thể lần lượt khai phương số a và khai phương số b, rồi lấy kết quả thứ nhất chia cho kết quả thứ hai.

Nếu a ≥ 0 và b > 0 thì $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Ví dụ 1: $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$; *Ví dụ 2:* $\sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{49}} = \frac{1}{7}$

b) Chia hai căn thức bậc hai

Quy tắc

Muốn chia căn bậc hai của số a không âm cho căn bậc hai của số b dương, ta có thể chia số a cho số b rồi lấy căn bậc hai của thương đó.

Nếu a ≥ 0, b > 0 thì $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Ví dụ 1: $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{63}{7}} = \sqrt{9} = 3$; *Ví dụ 2* $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}} = \sqrt{\frac{2}{32}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$.

B. BÀI TẬP

1. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{1}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \frac{1}{7}$ **C.** $\frac{\sqrt{480000}}{\sqrt{300}} = 4$ **D.** $\frac{\sqrt{12^5}}{\sqrt{2^3.6^5}} = 2$

2. Tính M = $\sqrt{1,69.1,38 - 1,69.0,74}$

A. M = 1,04 **B.** M = 1,64 **C.** M = 2,08 **D.** M = 2,14

3. Tính: $N = \sqrt{\frac{125^2 - 100^2}{400}}$

A. $N = \frac{15}{2}$ **B.** $N = \frac{1}{15}$

C. $N = \frac{5}{4}$ **D.** Một kết quả khác

4. Rút gọn: $P = xy^2\sqrt{\frac{5}{x^2y^4}}$ với $x < 0, y \neq 0$

A. $P = \sqrt{5}$ **B.** $P = -\sqrt{5}$ **C.** $P = xy\sqrt{5}$ **D.** $P = -xy\sqrt{5}$

5. Rút gọn: $Q = \sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}}$ với $a < 4$

A. $Q = \frac{a-4}{2}$ **B.** $Q = \frac{a+4}{4}$ **C.** $Q = \frac{4-a}{2}$ **D.** $Q = \frac{4-a}{4}$

6. Rút gọn: $E = \sqrt{\frac{9-6x+x^2}{(x-3)^2}}$ với $x > 3$

A. $E = 3 - x$ **B.** $E = x - 3$ **C.** $E = 1$ **D.** $E = -1$

7. Rút gọn: $F = (x-y).\sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$ với $x < y < 0$

A. $F = \sqrt{xy}$ **B.** $F = -\sqrt{xy}$

C. $F = \frac{\sqrt{xy}}{x-y}$ **D.** A), B), C) đều sai

8. Rút gọn rồi tính giá trị của: $T = \sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \frac{x^2-2}{x-2}$ $(x < 2)$

tại $x = -1$

A. $T = -1$ **B.** $T = -3$ **C.** $T = \frac{3}{2}$ **D.** $T = \frac{5}{3}$

9. Tìm x, biết: $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 5$

A. $x = 2$ hoặc $x = -3$ **B.** $x = -2$ hoặc $x = 3$

C. $x = 1$ hoặc $x = -4$ **D.** $x = 4$ hoặc $x = 1$

10. Tìm x, biết : $(3 - \sqrt{13}).3x > \sqrt{2}(3 - \sqrt{13})$

Để tìm x, bạn Tâm đã làm như sau: $(3 - \sqrt{13}).3x > \sqrt{2}(3 - \sqrt{13})$

Bước 1 $\Leftrightarrow 3x > \frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{13})}{3 - \sqrt{13}}$

Bước 2 $\Leftrightarrow$ $3x > \sqrt{2}$

Bước 3 $\Leftrightarrow$ $x > \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Theo em, bạn Tâm làm đúng hay sai

Nếu sai thì sai từ bước nào.

A. Các bước đều đúng

B. Các bước đều sai

C. Sai từ bước 2

D. Sai từ bước 3

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	A	D	B	C	C	B	D	A	B

Vấn đề 5. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

Với hai biểu thức A, B với B ≥ 0, ta có: $\sqrt{\mathbf{A^2.B}} = |\mathbf{A}|\sqrt{\mathbf{B}}$, nghĩa là :

* *Nếu A ≥ 0 và B ≥ 0 thì* $\sqrt{A^2.B} = A\sqrt{B}$;

* *Nếu A < 0 và B ≥ 0 thì* $\sqrt{A^2.B} = -A\sqrt{B}$.

Ví dụ 1: $\sqrt{75} = \sqrt{5^2.3} = 5\sqrt{3}$

Ví dụ 2: $\sqrt{(x-1)^2(x^2+4)} = |x-1|\sqrt{x^2+4} = \begin{cases} (x-1)\sqrt{x^2+4} & \text{nếu } x \ge 1 \\ -(x-1)\sqrt{x^2+4} & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$

2 Đưa thừa số vào trong dấu căn

* *Nếu A ≥ 0 và B ≥ 0 thì* $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2.B}$.

* *Nếu A < 0 và B ≥ 0 thì* $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2.B}$.

Ví dụ 1: $6\sqrt{2} = \sqrt{6^2.2} = \sqrt{72}$

Ví dụ 2:
- Nếu $a \ge 3$ thì $(a-3)\sqrt{5} = \sqrt{5(a-3)^2}$ (vì $x - 3 \ge 0$)
- Nếu $b < 1$ thì $(b-1)\sqrt{2} = -\sqrt{2(b-1)^2}$ (vì $b - 1 < 0$)

B. BÀI TẬP

1. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0,1\sqrt{40000} = 20$

B. $-0,005\sqrt{62500} = -1,25$

C. $-\frac{3}{11}\sqrt{11.99m^2} = -9|m|$

D. A), B), C) đều đúng

2. Điền dấu thích hợp (<, >, =) vào chỗ trống:

A. $3\sqrt{2} \square \sqrt{12}$

B. $7 \square 4\sqrt{3}$

C. $\frac{1}{3}\sqrt{51} \square \frac{1}{5}\sqrt{150}$

D. $\frac{1}{3}\sqrt{36} \square 6\sqrt{\frac{1}{9}}$

3. Rút gọn : $M = \frac{1}{2}\sqrt{5} - 3\sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{45}$

A. $M = -4\sqrt{5}$ **B.** $M = -\frac{9}{2}\sqrt{5}$ **C.** $M = \frac{3}{2}\sqrt{5}$ **D.** $M = \frac{13}{6}\sqrt{5}$

4. Rút gọn: $N = \frac{3}{5}\sqrt{12} + \frac{4}{3}\sqrt{27} - \frac{4}{15}\sqrt{300}$

A. $N = \frac{38}{15}\sqrt{3}$ **B.** $N = -\frac{15}{38}\sqrt{3}$ **C.** $N = -\frac{19}{5}\sqrt{5}$ **D.** $N = -\frac{38}{15}\sqrt{5}$

5. Rút gọn: $P = 3\sqrt{8x} - 5\sqrt{48x} + 9\sqrt{18x} + 5\sqrt{12x}$

A. $P = 43\sqrt{6x}$

B. $P = 23\sqrt{5x}$

C. $P = 33\sqrt{2x} - 10\sqrt{3x}$

D. A), B), C) đều sai

6. Giải phương trình: $\sqrt{\frac{3x-2}{2x-1}} = 1$

A. Phương trình có nghiệm là: x = 0

B. Phương trình có nghiệm là: x = 1

C. Phương trình có nghiệm là: x = – 3

D. Phương trình vô nghiệm

7. Giải phương trình: $\frac{\sqrt{3x-2}}{\sqrt{2x-1}} = 1$

A. Phương trình có nghiệm là: x = 0

B. Phương trình có nghiệm là: x = 1

C. Phương trình có nghiệm là: x = – 3

D. Phương trình vô nghiệm

8. Giải phương trình: $\sqrt{\left(\frac{-3}{7}\right)^2 .x^2} = 3$

A. Phương trình có nghiệm là: $x = \pm\sqrt{7}$

B. Phương trình có nghiệm là: $x = \pm 7$

C. Phương trình có nghiệm là: $x = \pm\frac{3}{7}$

D. Phương trình vô nghiệm

9. Cho hai số a, b không âm. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$ **B.** $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$

C. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ **D.** $\frac{a+b}{2} \geq \frac{\sqrt{ab}}{3}$

10. Với a dương. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. $a + \frac{1}{a} \geq 2$ **B.** $a + \frac{1}{a} \leq 3$ **C.** $a + \frac{1}{a} \geq 4$ **D.** $a + \frac{1}{a} \leq 4$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	×	B	A	C	B	D	B	C	A

Vấn đề 6. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI (tiếp theo)

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Khử mẫu của biểu thức lấy căn

Với các biểu thức A, B mà $A.B \geq 0$ và $B \neq 0$, ta có $\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$

Ví dụ: $\sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{5.3}{3^2}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$

2 **Trục căn thức ở mẫu**

a) Với các biểu thức A, B với B > 0, ta có: $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$

Ví dụ 1: $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; *Ví dụ 2:* $\frac{1}{\sqrt{a+4}} = \frac{\sqrt{a+4}}{a+4}$ $(a > -4)$

b) Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0$ và $A \neq B^2$, ta có :

* $\frac{C}{\sqrt{A}+B} = \frac{C(\sqrt{A}-B)}{A-B^2}$ * $\frac{C}{\sqrt{A}-B} = \frac{C(\sqrt{A}+B)}{A-B^2}$

Ví dụ 1: $\frac{5}{\sqrt{3}+2} = \frac{5(\sqrt{3}-2)}{3-4} = -5(\sqrt{3}-2)$

Ví dụ 2: $\frac{x}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{x(\sqrt{x+4}-2)}{x+4-4} = \sqrt{x+4}-2$

c) Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0$, $B \geq 0$ và $A \neq B$, ta có :

* $\frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C\left(\sqrt{A}-\sqrt{B}\right)}{A-B}$ * $\frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \frac{C\left(\sqrt{A}+\sqrt{B}\right)}{A-B}$

Ví dụ: • $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

• $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} = \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{5-7} = -2(\sqrt{5}-\sqrt{7})$.

B. BÀI TẬP

1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$ **B.** $\sqrt{\frac{50}{6}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{\frac{4a}{3b}} = \frac{2\sqrt{3ab}}{3b}$ với a, b > 0 **D.** A), B), C) đều đúng

2. Khử mẫu của biểu thức lấy căn: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\sqrt{\frac{1}{500}} = \frac{\sqrt{5}}{50}$

B. $\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}} = \frac{\sqrt{a+1}}{a}$ với a > 0

C. $\sqrt{\frac{(1-\sqrt{3})^2}{12}} = \frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

D. $4(x-y)\sqrt{\frac{3}{(x-y)}} = 4\sqrt{3(x-y)}$ với x > y > 0

. Trục căn ở mẫu

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

A. ☐ $\frac{15}{\sqrt{7a^2}} = \frac{15\sqrt{7a}}{7a}$ **B.** ☐ $\frac{-3}{\sqrt{18}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. ☐ $\frac{-1}{3\sqrt{200m}} = -\frac{\sqrt{2m}}{30m}$ (với $m < 0$) **D.** ☐ $\frac{30}{\sqrt{3}.\sqrt{5}} = 2\sqrt{15}$

. Trục căn ở mẫu.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\frac{3}{\sqrt{3}+1} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$ **B.** $\frac{1}{5-\sqrt{5}} = \frac{5+\sqrt{5}}{20}$

C. $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$ **D.** A), B) đúng ; C) sai

. Trục căn ở mẫu: $P = \frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{10}}}$

A. $P = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$ **B.** $P = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$ **C.** $P = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{3}$ **D.** $P = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

. Rút gọn: $Q = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} - \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$

A. $Q = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ **B.** $Q = 4\sqrt{2}$ **C.** $Q = \frac{3}{4}\sqrt{3}$ **D.** $Q = -4$

. Rút gọn: $M = \frac{a-2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2}$ với $a > 0$

A. $M = \sqrt{a}$ **B.** $M = a\sqrt{a}$ **C.** $M = -2\sqrt{a}$ **D.** $M = -a\sqrt{a}$

. Trục căn ở mẫu của $N = \frac{1}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}$

A. $N = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{4}$ **B.** $N = \frac{\sqrt{15}-4}{2}$

C. $N = \frac{4-\sqrt{15}}{2}$ **D.** Một kết quả khác

. Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

A. ☐ $\frac{\sqrt{28(2-\sqrt{7})^2}}{\sqrt{7}} = 2(2-\sqrt{7})$ **B.** ☐ $\frac{-6\sqrt{27}+\sqrt{12}}{4\sqrt{2}} = -2\sqrt{6}$

C. ☐ $\sqrt{\frac{2}{7}} : \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = \frac{4}{7}$ **D.** ☐ $\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{6}+4\sqrt{2}} = 1+\sqrt{6}$

10. Với $a = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ thì giá trị của biểu thức $P = 2a^2 + 2a\sqrt{2} + 1$ bằng:

A. $\sqrt{15}$ **B.** 16 **C.** $\sqrt{16}$ **D.** -16

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	C	×	D	A	B	A	C	×	B

Vấn đề 7. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- *Kết hợp các công thức ở §6, 7 để rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai.*

Ví dụ 1: Rút gọn: $15\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} - 2\sqrt{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} + \frac{1}{2}\sqrt{4 \times 5} - 2\sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5} + \frac{1}{2}.2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (3 + 1 - 2)\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

Ví dụ 2: $\sqrt{18} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{50} = \sqrt{9.2} - 2\sqrt{16.2} + 3\sqrt{25.2}$

$= 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = (3 - 8 + 15)\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

Ví dụ 3: $\frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} = \frac{(x^2 - 3)(x + \sqrt{3})}{x^2 - 3} = x + \sqrt{3}\ \ (x \neq \pm 3)$

Ví dụ 4: $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$

Ví dụ 5: $\frac{1}{x - \sqrt{y}} + \frac{1}{x + \sqrt{y}} = \frac{x + \sqrt{y}}{x^2 - y} + \frac{x - \sqrt{y}}{x^2 - y} = \frac{2x}{x^2 - y}$

B. BÀI TẬP

1. Rút gọn các biểu thức.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $4\sqrt{16a} - 3\sqrt{25a} + \sqrt{81a} = 10\sqrt{a}\ \ (a > 0)$

B. $\frac{4}{3}\sqrt{6} + 3\sqrt{\frac{2}{3}} - 5\sqrt{\frac{3}{2}} = -\frac{\sqrt{6}}{6}$

C. $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$

D. A), B), C) đều đúng

2. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{147} - \frac{\sqrt{45}}{4\sqrt{15}} = \frac{119\sqrt{3}}{4}$

B. $\sqrt{2,5}.\sqrt{70} + \sqrt{700} - 5\sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{100\sqrt{7}}{7}$

C. $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 11$

D. $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84} = 21$

3. Rút gọn: $M = \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{ab} - a\sqrt{\frac{1}{ab}}$ với $a > 0$ và $b > 0$

A. $M = -\sqrt{ab}$ **B.** $M = \sqrt{ab}$

C. $M = \frac{3\sqrt{ab}}{b}$ **D.** Một kết quả khác

4. Rút gọn: $Q = \left(\frac{1 - x\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} + \sqrt{x}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}\right)^2$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

A. $Q = \sqrt{x}$ **B.** $Q = -\sqrt{x}$ **C.** $Q = 1$ **D.** $Q = -1$

5. Rút gọn: $M = \frac{x + y}{y^2}\sqrt{\frac{x^2y^4}{x^2 + 2xy + y^2}}$ với $x, y > 0$

A. $M = -x$ **B.** $M = x$ **C.** $M = \frac{x}{x + y}$ **D.** $M = \frac{-|x|}{x + y}$

6. Giá trị của biểu thức: $N = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$ bằng:

A. $N = 4$ **B.** $N = \sqrt{5}$ **C.** $N = \sqrt{5} + 4$ **D.** $N = 2\sqrt{5}$

7. Tập nghiệm của phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 6 = 0$ là:

A. $S = \{-3 ; 6\}$ **B.** $S = \{4 ; 8\}$

C. $S = \{-4 ; 8\}$ **D.** $S = \{-6 ; -8\}$

8. Tập nghiệm của phương trình : $(3 + \sqrt{x})(2 + \sqrt{x}) = x + 3$ là:

A. $S = \varnothing$ **B.** $S = \{-9 ; 3\}$ **C.** $S = \{9 ; -3\}$ **D.** $S = \{-3 ; 3\}$

9. Tập nghiệm của phương trình: $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = \sqrt{12 + 6\sqrt{3}} + \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$ là:

A. $S = \{-3\}$ **B.** $S = \{-3 ; 6\}$ **C.** $S = \{-6 ; 9\}$ **D.** $S = \{3 ; -9\}$

10. Cho $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{1 + 2x}{1 + \sqrt{1 + 2x}} + \frac{1 - 2x}{1 - \sqrt{1 - 2x}}$

A. $P = -1$ **B.** $P = 1$ **C.** $P = \sqrt{3}$ **D.** $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	A	B	C	B	D	C	A	D	B

Vấn đề 8. CĂN THỨC BẬC BA

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định nghĩa

- *Căn bậc ba của một số a là số x sao cho* $x^3 = a$.
- *Mỗi số thực a đều có duy nhất một căn bậc ba.*

*** Căn bậc ba của số a được kí hiệu là** $\sqrt[3]{a}$ **.**

Nhận xét

* Căn bậc ba của số dương là số dương.
* Căn bậc ba của số âm là số âm.
* Căn bậc ba của số 0 là số 0.
* Căn bậc ba của số không âm là số không âm.

Ví dụ: • $\sqrt[3]{8} = 2$ vì $8 = 2^3$

• $\sqrt[3]{-64} = -4$ vì $-64 = (-4)^3$

2 Tính chất

a) $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

Ví dụ 1: $27 < 30 \Rightarrow \sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{30} \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{30}$

Ví dụ 2: So sánh $\sqrt[3]{123}$ và 5.

Giải

Ta có $\sqrt[3]{125} = 5$ mà $123 < 125$ nên $\sqrt[3]{123} < \sqrt[3]{125} \Rightarrow \sqrt[3]{123} < 5$

Ví dụ 3: So sánh $5\sqrt[3]{6}$ và $6\sqrt[3]{5}$

Ta có $\begin{cases} \left(5\sqrt[3]{6}\right)^3 = 5^3.6 = 125.6 = 750 \\ \left(6\sqrt[3]{5}\right)^3 = 6^3.5 = 216.5 = 1080 \end{cases} \Rightarrow 5\sqrt[3]{6} < 6\sqrt[3]{5}$

b) $\sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$

Ví dụ 1: $\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2.4} = \sqrt[3]{8} = 2$

Ví dụ 2: $\sqrt[3]{5x}.\sqrt[3]{25x^2} = \sqrt[3]{5x.25x^2} = \sqrt[3]{125x^3} = 5x$

c) **Với b ≠ 0, ta có** $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

Ví dụ 1: $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

Ví dụ 2: $\frac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54}.\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\frac{135}{5}} - \sqrt[3]{54.4} = \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{216} = 3 - 6 = -3$

B. BÀI TẬP

1. Khẳng định nào sau đây sai:

A. $\sqrt[3]{729} = 9$ **B.** $\sqrt[3]{-343} = -7$

C. $\sqrt[3]{-0,001} = -0,1$ **D.** A), B) đúng ; C) sai

2. Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

A. ☐ $4\sqrt[3]{27} - 12\sqrt[3]{-8} - 5\sqrt{1000} = -62$

B. ☐ $3\sqrt[3]{3} - 9\sqrt[3]{24} - 7\sqrt[3]{375} = -14\sqrt[3]{3}$

C. ☐ $\frac{1}{3}\sqrt[3]{4}.2\sqrt[3]{16} - \frac{1}{3} = 3$

D. ☐ $3\sqrt{135} : \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{54}.\sqrt[3]{4} = 3$

3. Điền dấu thích hợp (<, >, =) vào ô trống:

A. -4 ☐ $\sqrt[3]{64}$ **B.** 5 ☐ $\sqrt[3]{130}$

C. $5\sqrt[3]{6}$ ☐ $6\sqrt[3]{5}$ **D.** $-7\sqrt[3]{3}$ ☐ $7\sqrt[3]{-3}$

4. Trục căn ở mẫu của $M = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

A. $M = \frac{\sqrt{3}}{3}$ **B.** $M = \frac{\sqrt[3]{3}}{3}$ **C.** $M = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$ **D.** $M = \frac{\sqrt[3]{6}}{3}$

5. Trục căn ở mẫu của $N = \frac{1}{\sqrt[3]{3} + 1}$

A. $N = \frac{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1}{4}$ **B.** $N = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{3}$

C. $N = \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{2}$ **D.** A), B), C) đều sai

6. Trục căn ở mẫu của $P = \dfrac{-3}{\sqrt[3]{5} - 2}$

A. $P = \dfrac{-3(\sqrt[3]{5} + 2)}{3}$ **B.** $P = \sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} + 4$

C. $P = \sqrt[3]{25} - 8$ **D.** $P = \sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{10} + 4$

7. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{-3x} = -1$ là:

A. $S = \{1\}$ **B.** $S = \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$ **C.** $S = \left\{\dfrac{1}{3}\right\}$ **D.** $S = \varnothing$

8. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} = 1$ là:

A. $S = \{0\}$ **B.** $S = \{-2\}$ **C.** $S = \{2\}$ **D.** $S = \varnothing$

9. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = 0$ là:

A. $S = \{-1\}$ **B.** $S = \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$ **C.** $S = \{-4\}$ **D.** $S = \{2\}$

10. $\sqrt[3]{3} + 1$ là nghiệm của phương trình nào sau đây:

A. $x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$ **B.** $x^3 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$

C. $x^3 + 6x^2 - 3x + 1 = 0$ **D.** $x^3 - 6x^2 + 3x - 4 = 0$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	×	×	C	A	B	C	A	D	B

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. CÁC CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI CĂN THỨC

1) $\sqrt{A}$ xác định $\Leftrightarrow A \geq 0$

2) $\sqrt{A^2} = |A| = \left[\begin{array}{l} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A \leq 0 \end{array}\right.$

3)

Điều kiện		Công thức	Mục đích
$A \geq 0, B \geq 0$		$\sqrt{AB} = \sqrt{A}.\sqrt{B}$	Khai phương của một tích.
$A \geq 0, B > 0$		$\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$	Khai phương của một thương.
$B \geq 0$	$A \geq 0$	$A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$	Đưa một số dương vào trong căn.
	$A \leq 0$	$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$	Đưa một số âm vào trong căn.
$B > 0$		$\dfrac{A}{\sqrt{B}} = \dfrac{A\sqrt{B}}{B}$	Khử mẫu của biểu thức lấy căn.
$A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$		$\dfrac{1}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \dfrac{\sqrt{A}-\sqrt{B}}{A-B}$	Trục căn thức ở mẫu.
		$\dfrac{1}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \dfrac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{A-B}$	Trục căn thức ở mẫu.

4) $(\sqrt{A})^2 = A \ (A \geq 0)$ hoặc $\sqrt{A}.\sqrt{A} = A \ (A \geq 0)$

5) Phương trình $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \text{ (điều kiện)} \\ A = B^2 \end{cases}$

6) Các hằng đẳng thức

a)
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

b) • $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
• $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
• $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
• $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

B. BÀI TẬP

1. Tìm giá trị của x để biểu thức $\sqrt{1 - \frac{x}{x-3}}$ có nghĩa.

A. $x > -3$ **B.** $x \le -3$ **C.** $x < 3$ **D.** $x \le 3$

2. Tìm giá trị của x để biểu thức $\sqrt{\frac{x-3}{x+5}}$ có nghĩa.

A. $3 < x < 5$ **B.** $-5 < x < 3$
C. $x < -5$ hoặc $x \ge -3$ **D.** $x < -5$ hoặc $x \ge 3$

3. Tìm giá trị của x để biểu thức $\sqrt{x^2 - 7x + 10}$ có nghĩa.

A. $2 < x < 5$ **B.** $x \le 2$ hoặc $x \ge 5$
C. $-5 < x < -3$ **D.** $x < 3$ hoặc $x \ge 4$

4. Tìm giá trị của x và y để biểu thức $\sqrt{x^2 + 8x + y^2 + 18y + 97}$ có nghĩa.

A. $x \ge 2$; $y \le 9$ **B.** $x < 4$; $y > 9$
C. Với mọi x, y thuộc R **D.** A), B), C) đều sai

5. Tìm giá trị của x để biểu thức $\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x-3} + \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ có nghĩa.

A. $x \ge \frac{1}{3}$ **B.** $x \ge \frac{3}{2}$ **C.** Với mọi x **D.** Kết quả khác

6. Rút gọn: $M = \frac{a - b + 4\sqrt{a} + 4\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4}$ với a, b > 0

A. $M = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ **B.** $M = \sqrt{a} - \sqrt{b}$
C. $M = \sqrt{a} + \sqrt{b} + 4$ **D.** $M = \sqrt{a} - \sqrt{b} - 4$

7. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Nếu $x < 0$ thì $3\sqrt{x^2} = -3x$

B. Nếu $x < 7$ thì $-\sqrt{(x-7)^2} = x - 7$

C. Nếu $x > \sqrt{3}$ thì $(x + \sqrt{3}).\sqrt{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3} = x^2 - 3$

D. Nếu $0 \le x \le y$ thì $\sqrt{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2.(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2} = x - y$

8. Rút gọn: $P = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}$

A. Nếu $x \geq 2$ thì $P = 2\sqrt{x-1}$ **B.** Nếu $1 \leq x < 2$ thì $P = 2$

C. A), B) đều đúng **D.** A) đúng, B) sai

9. Rút gọn : $E = \sqrt{\dfrac{9}{(1-\sqrt{3})^2}} - \sqrt{\dfrac{9}{(1+\sqrt{3})^2}}$

A. $E = -2$ **B.** $E = 3$ **C.** $E = 1 - \sqrt{3}$ **D.** $E = 3\sqrt{3} + 1$

* **Cho** $\mathbf{T = \sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}}}$

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các bài 10 và 11.

10. Tìm giá trị của x để biểu thức T có nghĩa.

A. $x \geq 4$ **B.** $x \leq -4$ **C.** $x \geq 8$ **D.** $x \leq -8$

11. Rút gọn T ta được:

A. $T = 2\sqrt{x-4}$ **B.** $T = 4 + \sqrt{x-4}$

C. $T = \sqrt{x-4} + 2 + \left|\sqrt{x-4} - 2\right|$ **D.** A), B), C) đều sai

12. Cho $P = \dfrac{\sqrt{9x^2 - 6x + 1}}{6x - 2}$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $x > \dfrac{1}{3}$ thì $P = \dfrac{1}{2}$ **B.** Nếu $x < \dfrac{1}{3}$ thì $P = -\dfrac{1}{2}$

C. Nếu $x = \dfrac{1}{3}$ thì $P = 0$ **D.** A), B), C) đều sai

* **Cho** $\mathbf{Q = \left(\dfrac{2x+1}{(\sqrt{x})^3 - 1} - \dfrac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}\right)\left(\dfrac{1 + \sqrt{x^3}}{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)}$ **với** $\mathbf{x \geq 0}$ **và** $\mathbf{x \neq 1}$

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các bài 13 và 14.

13. Rút gọn Q ta được:

A. $Q = 2\sqrt{x} + 1$ **B.** $Q = \sqrt{x} - 2$ **C.** $Q = \sqrt{x} + 1$ **D.** $Q = \sqrt{x} - 1$

14. Tìm x để Q = 5. Kết quả nào sau đây đúng:

A. $x = 36$ **B.** $x = 40$ **C.** $x = 48$ **D.** $x = 64$

15. Cho $M = \dfrac{-5\sqrt{x}}{4(\sqrt{x} + 3)}$ $(x > 0)$. Tìm x sao cho $M = -1$

A. $x = -124$ **B.** $x = 128$ **C.** $x = 144$ **D.** $x = -144$

16. Rút gọn : $P = \dfrac{3 + 4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{5}}$

A. $P = \sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{5}$ **B.** $P = \sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5}$

C. $P = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ **D.** $P = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

17. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4(x^2 - 3)} - 2\sqrt{13} = 0$ là:

A. $S = \{0\}$ **B.** $S = \{-1 ; 1\}$ **C.** $S = \{-4 ; 4\}$ **D.** $S = \varnothing$

18. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 16} - \sqrt{x - 4} = 0$ là:

A. $S = \{-3\}$ **B.** $S = \{4\}$ **C.** $S = \{-3 ; 4\}$ **D.** $S = \varnothing$

19. So sánh $\sqrt{25 + 169}$ và $\sqrt{25} + \sqrt{169}$

A. $\sqrt{25 + 169} = \sqrt{25} + \sqrt{169}$ **B.** $\sqrt{25 + 169} < \sqrt{25} + \sqrt{169}$

C. $\sqrt{25 + 169} > \sqrt{25} + \sqrt{169}$

20. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x - 1} + 1 = x$ là:

A. $S = \{0 ; 1\}$ **B.** $S = \{1 ; 2\}$ **C.** $S = \{0 ; 2\}$ **D.** $S = \{0 ; 1 ; 2\}$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	D	B	C	B	A	D	C	B	A

Bài	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Câu	C	A	D	A	C	B	C	B	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

1. CĂN BẬC HAI

1. (C) $\sqrt{0,0081} = 0,09$ vì $(0,09)^2 = 0,0081$

2. (B) Ta có: $36 = 6^2$ nên $\sqrt{6^2}$ là căn bậc hai số học của 36

3. (D)

A. Sai vì căn bậc hai của 121 là 11 và – 11

B. Sai vì căn bậc hai của 144 là 12 và – 12

C. Sai vì ta không thể viết $\sqrt{169} = \pm 13$. Viết đúng là: $\pm\sqrt{169} = \pm 13$

4. **A.** S Vì $\sqrt{25} = 5$. Do đó $4 < \sqrt{25}$

B. Đ Ta có: $6 = \sqrt{36}$ mà $\sqrt{36} < \sqrt{39}$. Vậy $6 < \sqrt{39}$

C. Đ Ta có: $2 = 1 + 1 = \sqrt{1} + 1$

Mà $\sqrt{1} < \sqrt{2}$.

Nên $\sqrt{1} + 1 < \sqrt{2} + 1$. Vậy $2 < \sqrt{2} + 1$

D. S Ta có: $1 = 2 - 1 = \sqrt{4} - 1$

Mà $\sqrt{4} > \sqrt{3}$

Nên $\sqrt{4} - 1 > \sqrt{3} - 1$. Vậy $1 > \sqrt{3} - 1$

* Ghi nhớ: Với hai số a và b không âm, ta có : $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

5. (C)

A. Do $a > 0$ và $1 > 0$ nên $\sqrt{a}$ và $\sqrt{1}$ đều xác định và đều là số dương

Từ $a > 1$ (gt) nên $a - 1 > 0$, ta có:

$a - 1 = (\sqrt{a})^2 - 1^2 = (\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)$

Vì $a - 1 > 0$ và $\sqrt{a} + 1 > 0$

Nên $\sqrt{a} - 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{a} > 1$

B. Từ câu A), ta có: $\sqrt{a} > 1$

Nhân hai vế của bất đẳng thức trên với $\sqrt{a}$ ($\sqrt{a} > 0$), ta được:

$\sqrt{a}.\sqrt{a} > \sqrt{a} \Leftrightarrow \sqrt{a^2} > \sqrt{a} \Leftrightarrow a > \sqrt{a}$

6. (D) Lập luận tương tự bài 5

A), B) đều đúng.

7. (C) Vì $x \geq 0$ (gt) và $8 > 0$, ta có : $(\sqrt{x})^2 < 8^2 \Leftrightarrow x < 64$

8. (A) Ta có: $x^2 = 7 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{7} = 2,645 \approx 2,65 \\ x_2 = -\sqrt{7} = -2,645 \approx -2,65 \end{cases}$

9. (B) Ta có: $x^2 = \sqrt{7} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\sqrt{7}} = \sqrt{2,65} = 1,627 \\ x_2 = -\sqrt{\sqrt{7}} = -\sqrt{2,65} = -1,627 \end{cases}$

10. (D) Ta có: $\sqrt{x} \ge 0$ và $-2 < 0 \Rightarrow \sqrt{x} \ne -2$

Vậy phương trình vô nghiệm

2. CĂN BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$

1. (D)

A. $\sqrt{3x}$ xác định $\Leftrightarrow 3x \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 0$

B. $\sqrt{-9x}$ xác định $\Leftrightarrow -9x \ge 0 \Leftrightarrow x \le 0$

C. $\sqrt{\dfrac{x-5}{3}}$ xác định $\Leftrightarrow \dfrac{x-5}{3} \ge 0 \Leftrightarrow x - 5 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 5$

D. $\sqrt{\dfrac{-4}{x-7}}$ xác định $\Leftrightarrow \dfrac{-4}{x-7} > 0$. Do $-4 < 0$ nên $x - 7 < 0 \Leftrightarrow x < 7$

2. **A.** Điều kiện xác định của $\sqrt{-3xy^2}$ là $x \le 0$

B. Điều kiện xác định của $\sqrt{5-4x}$ là $x \le \dfrac{5}{4}$

C. Điều kiện xác định của $\sqrt{x^2 - 81}$ là $x \le -9$ hoặc $x \ge 9$

D. Điều kiện xác định của $\sqrt{\dfrac{5y-1}{4x^2}}$ là $y \ge \dfrac{1}{5}$ và $x \ne 0$

3. (C) Điều kiện xác định của $\sqrt{\dfrac{a^2+1}{a^3}}$ là $\dfrac{a^2+1}{a^3} \ge 0$.

Mà $a^2 + 1 > 0$ với mọi a. Do đó $a^3 > 0 \Leftrightarrow a > 0$

4. (A) Ta có: $\sqrt{\dfrac{(1-x)^3}{x^2+3}}$. Điều kiện xác định của $\sqrt{\dfrac{(1-x)^3}{x^2+3}}$ là $\dfrac{(1-x)^3}{x^2+3} \ge 0$.

Mà $x^2 + 3 > 0$ với mọi x

Do đó $(1-x)^3 \ge 0 \Leftrightarrow 1 - x \ge 0 \Leftrightarrow x \le 1$

5. (C) Ta có: $x^2 + x - 6 = x^2 - 2x + 3x - 6$

$= x(x-2) + 3(x-2) = (x-2)(x+3)$

Điều kiện xác định của $\sqrt{x^2 + x - 6}$ là:

$x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3) \geq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ x + 3 \leq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \leq -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq -3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ $x \leq -3$ hoặc $x \geq 2$

6. Ⓓ

A. $8 + 2\sqrt{15} = 3 + 5 + 2\sqrt{15} = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{3}.\sqrt{5} = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$

B. $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$ ($2 > \sqrt{3}$ nên $2 - \sqrt{3} > 0$)

C. $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{1 + 5 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{1})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}}$

$= \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1$ (vì $1 < \sqrt{5}$ nên $1 - \sqrt{5} < 0$)

D. $\sqrt{10 - 4\sqrt{6}} = \sqrt{4 + 6 - 4\sqrt{6}} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{6})^2 - 4\sqrt{6}}$

$= \sqrt{(2 - \sqrt{6})^2} = \sqrt{6} - 2$ (vì $2 < 6$ nên $2 - \sqrt{6} < 0$)

7. Ⓑ Giải phương trình $\sqrt{4x^2} = x + 1$ (*)

Điều kiện: $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

(*) $\Leftrightarrow 2|x| = x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = x + 1 \\ 2x = -(x + 1) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = -\dfrac{1}{3} \text{ (nhận)} \end{array}\right.$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 1$ và $x = -\dfrac{1}{3}$

8. Ⓐ Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3x - 1$ (*)

Điều kiện: $3x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{1}{3}$

(*) $\Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2} = 3x - 1 \Leftrightarrow |x + 3| = 3x - 1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + 3 = 3x - 1 \\ x + 3 = 1 - 3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 4 \\ 4x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = -\dfrac{1}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right.$

Vậy nghiệm của phương trình (*) là: $x = 2$

9. Ⓑ Ta có: $P = 2\sqrt{(-3)^6} + 4\sqrt{(-2)^8} = 2(|-3|)^3 + 4(|-2|)^4$

$= 2.3^3 + 4.2^4 = 54 + 64 = 118$

10. Ⓓ Ta có: $Q = \dfrac{x^2 + 2\sqrt{3}x + 3}{x^2 - 3}$ (ĐK : $x \neq \pm\sqrt{3}$)

$= \dfrac{x^2 + 2.x.\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{x^2 - (\sqrt{3})^2} = \dfrac{(x + \sqrt{3})^2}{(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})} = \dfrac{x + \sqrt{3}}{x - \sqrt{3}}$

3. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

1. (D)

A. $\sqrt{5}.\sqrt{80} = \sqrt{5.80} = \sqrt{400} = 20$

B. $\sqrt{90.6,4} = \sqrt{9.10.6,4} = \sqrt{9.64} = \sqrt{9}.\sqrt{64} = 3.8 = 24$

C. $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{(21,8 + 18,2)(21,8 - 18,2)}$

$= \sqrt{40.3,6} = \sqrt{4.36} = 2.6 = 12$

2. (A) Ta có: $M = \sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440}$

$= \sqrt{(117,5 + 26,5)(117,5 - 26,5) - 1440}$

$= \sqrt{144.91 - 144.10} = \sqrt{144.(91 - 10)} = \sqrt{144.81}$

$= 12.9 = 108$

3. (C) Ta có: $N = \sqrt{146,5^2 - 109,5^2 + 27.156}$

$= \sqrt{(146,5 + 109,5)(146,5 - 109,5) + 27.256}$

$= \sqrt{256.37 + 27.256} = \sqrt{256.(37 + 27)} = \sqrt{256.64} = 128$

4. (B) Ta có: $T = \sqrt{7 + \sqrt{13}}.\sqrt{7 - \sqrt{13}} = \sqrt{(7 + \sqrt{13})(7 - \sqrt{13})}$

$= \sqrt{7^2 - (\sqrt{13})^2} = \sqrt{49 - 13} = \sqrt{36} = 6$

5. (D) Ta có: $E = 3\sqrt{5}(\sqrt{2} - 2) + (3 + \sqrt{5})^2 - 3\sqrt{10}$

$= 3\sqrt{10} - 6\sqrt{5} + 9 + 5 + 6\sqrt{5} - 3\sqrt{10} = 14$

6. (B) Ta có: $P = \dfrac{\sqrt{10} + \sqrt{19}}{2\sqrt{5} + \sqrt{38}} = \dfrac{\sqrt{10} + \sqrt{19}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{5} + \sqrt{38}}$ (vì $2 = \sqrt{2}.\sqrt{2}$)

$= \dfrac{\sqrt{10} + \sqrt{19}}{\sqrt{2}.\sqrt{10} + \sqrt{2}.\sqrt{19}} = \dfrac{\sqrt{10} + \sqrt{19}}{\sqrt{2}(\sqrt{10} + \sqrt{19})} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

7. (A) Ta có: $M = \sqrt{x + 3}.\sqrt{x - 5}$ có nghĩa

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 5$ (1)

$N = \sqrt{(x + 3)(x - 5)}$ có nghĩa

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 \leq 0 \\ x - 5 \leq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \leq 5 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq 5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \leq -3$ hoặc $x \geq 5$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $x \geq 5$ thì M và N đồng thời có nghĩa

8. Ⓒ Ta có: $4\sqrt{x+4} + \sqrt{x^2 - 16} = 4\sqrt{x+4} + \sqrt{(x+4)(x-4)}$

Điều kiện để $4\sqrt{x+4}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$ (1)

Điều kiện để $\sqrt{(x+4)(x-4)}$ có nghĩa:

$\Leftrightarrow (x + 4)(x - 4) \geq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 \leq 0 \\ x - 4 \leq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ x - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x \leq 4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x \geq -4 \\ x \geq 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \leq -4$ hoặc $x \geq 4$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x \geq 4$ thì biểu thức đã cho có nghĩa

9. Ⓓ Ta có:

$$E = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{4} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}) + (\sqrt{4} + \sqrt{6} + \sqrt{8})}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}) + \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4})}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4})(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$$

$= 1 + \sqrt{2}$

10. A. Đ $\sqrt{x - 8} = 1 \Leftrightarrow x - 8 = 1 \Leftrightarrow x = 9$

B. S $\sqrt{3x - 5} = -4$ vì $\sqrt{3x - 5} \geq 0$ và $-4 < 0$ nên $\sqrt{3x - 5} \neq -4$

Vậy không tồn tại x

C. Đ $\sqrt{2x - 3} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 2x - 3 = 5 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$

D. S $\sqrt{x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

4. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

1. Ⓒ

A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{3}{27}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

B. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}$

C. $\frac{\sqrt{480000}}{\sqrt{300}} = \sqrt{\frac{480000}{300}} = \sqrt{1600} = 40$

D. $\frac{\sqrt{12^5}}{\sqrt{2^3.6^5}} = \sqrt{\frac{12^5}{2^3.6^5}} = \sqrt{\frac{2^5.6^5}{2^3.6^5}} = \sqrt{2^2} = 2$

2. Ⓐ Ta có: $M = \sqrt{1,69.1,38 - 1,69.0,74} = \sqrt{1,69(1,38 - 0,74)}$

$= \sqrt{1,69.0,64} = 1,3.0,8 = 1,04$

3. Ⓓ Ta có: $N = \sqrt{\dfrac{125^2 - 100^2}{400}} = \sqrt{\dfrac{(125+100)(125-100)}{20^2}}$

$= \sqrt{\dfrac{225.25}{20^2}} = \dfrac{15.5}{20} = \dfrac{15}{4}$

4. Ⓑ Ta có: $P = xy^2\sqrt{\dfrac{5}{x^2y^4}}$ với $x < 0,\ y \neq 0$

$= \dfrac{xy^2.\sqrt{5}}{|x|.y^2} = \dfrac{xy^2.\sqrt{5}}{-xy^2}$ (vì $x < 0$ nên $|x| = -x$) $= -\sqrt{5}$

5. Ⓒ $Q = \sqrt{\dfrac{36(a-4)^2}{144}} = \dfrac{6|a-4|}{12} = \dfrac{|a-4|}{2} = \dfrac{4-a}{2}$ (vì $a < 4$)

6. Ⓒ Ta có: $E = \sqrt{\dfrac{9 - 6x + x^2}{(x-3)^2}}$ với $x > 3$

$= \sqrt{\dfrac{(3-x)^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{\dfrac{[-(x-3)]^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{\dfrac{(x-3)^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{1} = 1$

7. Ⓑ Ta có: $F = (x-y)\sqrt{\dfrac{xy}{(x-y)^2}} = (x-y)\dfrac{\sqrt{xy}}{|x-y|}$

Vì $x < y$ nên $|x - y| = -(x - y)$

Do đó $F = (x-y)\dfrac{\sqrt{xy}}{-(x-y)} = -\sqrt{xy}$

8. Ⓓ Ta có: $T = \sqrt{\dfrac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \dfrac{x^2-2}{x-2}$ $(x < 2)$ tại $x = -1$

$= \dfrac{(x-1)^2}{|2-x|} + \dfrac{x^2-2}{x-2} = \dfrac{-(x^2-2x+1) + x^2 - 2}{x-2}$

$= \dfrac{2x-3}{x-2} = \dfrac{2.(-1)-3}{-1-2} = \dfrac{5}{3}$. Vậy $T = \dfrac{5}{3}$ tại $x = -1$

9. Ⓐ Ta có: $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} = 5 \Leftrightarrow |2x+1| = 5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + 1 = 5 \\ 2x + 1 = -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$

10. (B) Ta có: $(3-\sqrt{13}).3x > \sqrt{2}(3-\sqrt{13})$ (*)

Vì $3 < \sqrt{13}$ nên $3-\sqrt{13} < 0$

$$(*) \Leftrightarrow 3x < \frac{\sqrt{2}.(3-\sqrt{13})}{(3-\sqrt{13})} \Leftrightarrow x < \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Bạn Tâm đã giải sai từ bước 1 vì khi chia hai vế của một bất đẳng thức cho một số âm, bạn Tâm đã không đổi chiều của bất đẳng thức đó.

5. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

1. (D)

A. $0,1.\sqrt{40000} = 0,1.200 = 20$

B. $-0,005.\sqrt{62500} = (-0,005).250 = -1,25$

C. $-\frac{3}{11}.\sqrt{11.99m^2} = \left(-\frac{3}{11}\right).\sqrt{11^2.9.m^2} = \left(-\frac{3}{11}\right).11.3.|m| = -9.|m|$

2. **A.** $3\sqrt{2}$ $\boxed{>}$ $\sqrt{12}$ (vì $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2.2} = \sqrt{18} > \sqrt{12}$)

B. 7 $\boxed{>}$ $4\sqrt{3}$ (vì $7 = \sqrt{49}, 4\sqrt{3} = \sqrt{4^2.3} = \sqrt{48}$)

C. $\frac{1}{3}\sqrt{51}$ $\boxed{<}$ $\frac{1}{5}\sqrt{150}$ (vì
- $\frac{1}{3}\sqrt{51} = \sqrt{\frac{51}{9}} = \sqrt{5,7}$
- $\frac{1}{5}\sqrt{150} = \sqrt{\frac{150}{25}} = \sqrt{6}$)

D. $\frac{1}{3}\sqrt{36}$ $\boxed{=}$ $6\sqrt{\frac{1}{9}}$ (vì $\frac{1}{3}.\sqrt{36} = \sqrt{\frac{36}{9}}$; $6\sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}}$
hoặc $\frac{1}{3}\sqrt{36} = \frac{6}{3} = 2$; $6\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{6}{3} = 2$)

3. (B) Ta có: $M = \frac{1}{2}\sqrt{5} - 3\sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{45} = \frac{1}{2}\sqrt{5} - 3\sqrt{2^2.5} + \frac{1}{3}\sqrt{3^2.5}$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}{2} = \frac{-9\sqrt{5}}{2}$$

4. (A) Ta có:

$$N = \frac{3}{5}\sqrt{12} + \frac{4}{3}\sqrt{27} - \frac{4}{15}.\sqrt{300} = \frac{3}{5}\sqrt{2^2.3} + \frac{4}{3}.\sqrt{3^2.3} - \frac{4}{15}.\sqrt{10^2.3}$$

$$= \frac{6}{5}\sqrt{3} + \frac{12}{3}\sqrt{3} - \frac{40}{15}\sqrt{3} = \frac{18\sqrt{3} + 60\sqrt{3} - 40\sqrt{3}}{15} = \frac{38\sqrt{3}}{15}$$

5. (C) Ta có: $P = 3\sqrt{8x} - 5\sqrt{48x} + 9\sqrt{18x} + 5\sqrt{12x}$

$= 3\sqrt{4.2x} - 5\sqrt{16.3x} + 9\sqrt{9.2x} + 5\sqrt{4.3x}$

$= 6\sqrt{2x} - 20\sqrt{3x} + 27\sqrt{2x} + 10\sqrt{3x} = 33\sqrt{2x} - 10\sqrt{3x}$

6. (B) Ta có: $\sqrt{\dfrac{3x-2}{2x-1}} = 1 \quad (*)$

Điều kiện xác định của (*) là: $x < \dfrac{1}{2}$ hoặc $x \geq \dfrac{2}{3}$

$(*) \Leftrightarrow \quad \dfrac{3x-2}{2x-1} = 1 \Leftrightarrow \; 3x - 2 = 2x - 1$

$\Leftrightarrow \quad x = 1$ (thỏa mãn điều kiện: $x \geq \dfrac{2}{3}$)

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$

7. (D) Ta có: $\dfrac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{2x-1}} \quad (*)$

Điều kiện xác định của (*) là : $\begin{cases} x \geq \dfrac{3}{2} \\ x \geq \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \dfrac{3}{2}$

Tượng tự bài 6, ta có $x = 1$ (không thỏa mãn điều kiện $x \geq \dfrac{3}{2}$)

Vậy phương trình (*) vô nghiệm.

8. (B) Ta có: $\sqrt{\left(\dfrac{-3}{7}\right)^2 .x^2} = 3 \;\Leftrightarrow \left|\dfrac{-3}{7}.x\right| = 3$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{7}.|x| = 3 \Leftrightarrow |x| = 7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 7 \\ x = -7 \end{array}\right.$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = \pm 7$

9. (C) Do a và b không âm nên $\sqrt{a}$ và $\sqrt{b}$ xác định.

Ta có: $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$

$\Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

10. (A) Với a dương nên $\sqrt{a}$ xác định.

Ta có: $\sqrt{a} \geq \dfrac{1}{\sqrt{a}} \Leftrightarrow \sqrt{a} - \dfrac{1}{\sqrt{a}} \geq 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{a} - \dfrac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow a + \dfrac{1}{a} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow a + \dfrac{1}{a} \geq 2$

6. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN
BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI (tiếp theo)

1. Ⓓ

A. $\sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{\frac{3.7}{7^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

B. $\sqrt{\frac{50}{6}} = \sqrt{\frac{50.6}{6^2}} = \frac{\sqrt{300}}{6} = \frac{10\sqrt{3}}{6} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{\frac{4a}{3b}} = \sqrt{\frac{12ab}{(3b)^2}} = \frac{2\sqrt{3ab}}{3b}$ với a, b > 0

2. Ⓒ

A. $\sqrt{\frac{1}{500}} = \sqrt{\frac{1}{100.5}} = \sqrt{\frac{5}{10^2.5^2}} = \frac{\sqrt{5}}{10.5} = \frac{\sqrt{5}}{50}$

B. $\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}} = \sqrt{\frac{a+1}{a^2}} = \frac{\sqrt{a+1}}{a}$ với a > 0

C. $\sqrt{\frac{(1-\sqrt{3})^2}{12}} = \sqrt{\frac{(1-\sqrt{3})^2}{2^2.3}} = \sqrt{\frac{(1-\sqrt{3})^2.3}{2^2.3^2}} = \frac{(\sqrt{3}-1).\sqrt{3}}{6}$

D. $4(x-y)\sqrt{\frac{3}{(x-y)}} = 4(x-y)\sqrt{\frac{3(x-y)}{(x-y)^2}} = \frac{4(x-y).\sqrt{3(x-y)}}{x-y}$

$= 4\sqrt{3(x-y)}$ với x > y > 0

3. **A.** S $\frac{15}{\sqrt{7a}} = \frac{15\sqrt{7a}}{\sqrt{7a}.\sqrt{7a}} = \frac{15\sqrt{7a}}{\sqrt{7^2.a^2}} = \frac{15\sqrt{7a}}{7.|a|}$

B. Đ $\frac{-3}{\sqrt{18}} = \frac{-3}{\sqrt{3^2.2}} = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. S $\frac{-1}{3\sqrt{200m}} = \frac{-1}{30\sqrt{2m}} = \frac{-\sqrt{2m}}{30\sqrt{(2m)^2}} = \frac{-\sqrt{2m}}{60|m|}$

$= \frac{-\sqrt{2m}}{-60m} = \frac{\sqrt{2m}}{60m}$ (vì m < 0 nên |m| = – m)

D. Đ $\frac{30}{\sqrt{3}.\sqrt{5}} = \frac{30}{\sqrt{15}} = \frac{30\sqrt{15}}{15} = 2\sqrt{15}$

4. (D)

A. $\frac{3}{\sqrt{3}+1} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$

B. $\frac{1}{5-\sqrt{5}} = \frac{5+\sqrt{5}}{(5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})} = \frac{5+\sqrt{5}}{5^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{5+\sqrt{5}}{25-5} = \frac{5+\sqrt{5}}{20}$

C. $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}$

$= \frac{7+3+2\sqrt{21}}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{10+2\sqrt{21}}{\underbrace{7-3}_{4}} = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$

5. (A) $P = \frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{10}}} = \frac{1}{\sqrt{5+2+2\sqrt{10}}} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{2})^2+2\sqrt{5}.\sqrt{2}}}$

$= \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$

$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$

6. (B) Ta có: $Q = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} - \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}-(3-2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$= \frac{3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{4\sqrt{2}}{9-8} = 4\sqrt{2}$

* **Cách khác:** Ta có:

- $\frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{3+2\sqrt{2}}{\underbrace{9-8}_{1}}$
- $\frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{3-2\sqrt{2}}{\underbrace{9-8}_{1}}$

$\Rightarrow \quad Q = 3+2\sqrt{2}-(3-2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$

7. (A) Ta có: $M = \frac{a-2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2}$ (với $a > 0$)

$= \frac{(a-2\sqrt{a})(\sqrt{a}+2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} = \sqrt{a}$

8. (C) Ta có: $N = \frac{1}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2} = \frac{1}{8+2\sqrt{15}} = \frac{8-2\sqrt{15}}{(8+2\sqrt{15})(8-2\sqrt{15})}$

$= \frac{8-2\sqrt{15}}{8^2-(2\sqrt{15})^2} = \frac{8-2\sqrt{15}}{\underbrace{64-60}_{4}} = \frac{4-\sqrt{15}}{2}$

9. **A.** S $\dfrac{\sqrt{28(2-\sqrt{7})^2}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\dfrac{28}{7}(2-\sqrt{7})^2} = \sqrt{4(2-\sqrt{7})^2}$

$= 2(\sqrt{7} - 2)$ (vì $2 < \sqrt{7}$)

B. Đ $\dfrac{-6\sqrt{27} + \sqrt{12}}{4\sqrt{2}} = \dfrac{-18\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \dfrac{-16\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$

$= \dfrac{-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{-4\sqrt{6}}{2} = -2\sqrt{6}$

C. Đ $\sqrt{\dfrac{2}{7}} : \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\dfrac{2}{7}}.\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}.\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \dfrac{2.(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{7})^2} = \dfrac{4}{7}$

D. S $\dfrac{6 + 4\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{6 + 4\sqrt{2}}} = \dfrac{(2 + \sqrt{2})^2}{\sqrt{2}.\sqrt{(2 + \sqrt{2})^2}} = \dfrac{(2 + \sqrt{2})^2}{\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})}$

$= \dfrac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{2 + 2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$

10. (B) Ta có: $P = 2a^2 + 2a\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2}a + 1)^2$ (*)

$a = \sqrt{2} + \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{(\sqrt{2})^2 + 1}{\sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

Thay $a = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ vào (*), ta được:

$P = \left(\sqrt{2}\,\dfrac{3\sqrt{2}}{2} + 1\right)^2 = \left(\dfrac{3.2}{2} + 1\right)^2 = 16$

7. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

1. (D)

A. $4\sqrt{16a} - 3\sqrt{25a} + \sqrt{81a} = 4\sqrt{4^2a} - 3\sqrt{5^2a} + \sqrt{9^2a}$

$= 16\sqrt{a} - 15\sqrt{a} + 9\sqrt{a} = (16 - 15 + 9)\sqrt{a} = 10\sqrt{a}$

B. $\dfrac{4}{3}\sqrt{6} + 3\sqrt{\dfrac{2}{3}} - 5\sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{4}{3}\sqrt{6} + \sqrt{6} - \dfrac{5}{2}\sqrt{6} = \left(\dfrac{4}{3} + 1 - \dfrac{5}{2}\right)\sqrt{6}$

$= \left(\dfrac{8 + 6 - 15}{6}\right)\sqrt{6} = -\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

C. $\sqrt{\dfrac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5} = \sqrt{\dfrac{1}{2}} + \sqrt{\dfrac{9}{2}} + \sqrt{\dfrac{25}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{3\sqrt{2}}{2} + \dfrac{5\sqrt{2}}{2} - \dfrac{9\sqrt{2}}{2}$

2. (A)

A. $\frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{147} - \frac{\sqrt{45}}{4\sqrt{15}} = 2\sqrt{3} - 14\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \left(2 - 14 - \frac{1}{4}\right)\sqrt{3} = -\frac{49\sqrt{3}}{4}$

B. $\sqrt{2,5}.\sqrt{70} + \sqrt{700} - 5\sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{2,5.70} + \sqrt{7.100} - \frac{5}{7}\sqrt{7}$

$= \sqrt{25.7} + \sqrt{7.100} - \frac{5}{7}\sqrt{7} = 5\sqrt{7} + 10\sqrt{7} - \frac{5}{7}\sqrt{7}$

$= \left(5 + 10 - \frac{5}{7}\right)\sqrt{7} = \frac{100}{7}\sqrt{7}$

C. $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 6 + 5 + 2\sqrt{30} - \sqrt{4.30} = 11 + 2\sqrt{30} - 2\sqrt{30} = 11$

D. $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84} = (2\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{21.4}$

$= 3\sqrt{7}.\sqrt{7} - 2\sqrt{3}.\sqrt{7} + 2\sqrt{21} = 3.7 - 2\sqrt{21} + 2\sqrt{21} = 21$

3. (B) Ta có: $M = \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{ab} - a\sqrt{\frac{1}{ab}}$ (với a, b > 0)

$= \frac{\sqrt{ab}}{b} + \sqrt{ab} - \frac{1}{b}\sqrt{ab} = \sqrt{ab}$

4. (C) Ta có: $Q = \left(\frac{1 - x\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} + \sqrt{x}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}\right)^2$ với x > 0, x ≠ 1

$= \left(\frac{1 - x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x}{1 - \sqrt{x}}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}\right)^2 = \left(\frac{(1 - x) + \sqrt{x}(1 - x)}{1 - \sqrt{x}}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}\right)^2$

$= \frac{(1 - x)(\sqrt{x} + 1)}{1 - \sqrt{x}}\left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}\right)^2 = \frac{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{x})}{1 - x} = \frac{1 - x}{1 - x} = 1$

5. (B) Ta có: $M = \frac{x + y}{y^2}\sqrt{\frac{x^2y^4}{x^2 + 2xy + y^2}}$ với x, y > 0

$= \frac{x + y}{y^2}.\sqrt{\frac{x^2y^4}{(x + y)^2}} = \frac{x + y}{y^2}.\frac{xy^2}{x + y} = x$

6. (D) Ta có: $9 - 4\sqrt{5} = (2 - \sqrt{5})^2$; $9 + 4\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^2$

Do đó: $N = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

$= \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2 + \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| + |2 + \sqrt{5}|$

$= \sqrt{5} - 2 + 2 + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

7. Ⓒ Ta có: $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 6 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} = 6 \Leftrightarrow |x - 2| = 6$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 6 \\ x - 2 = -6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 \\ x = -4 \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là : S = {– 4 ; 8}

8. Ⓐ Ta có: $(3 + \sqrt{x})(2 + \sqrt{x}) = x + 3$

Điều kiện: $x \geq 0$

$\Leftrightarrow \quad 6 + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + x = x + 3 \Leftrightarrow 5\sqrt{x} = -3$ (vô lý)

Vậy phương trình vô nghiệm : $S = \varnothing$

9. Ⓓ Ta có: $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = \sqrt{12 + 6\sqrt{3}} + \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \quad \sqrt{(x+3)^2} = \sqrt{(3 + \sqrt{3})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{3})^2}$

$\Leftrightarrow \quad |x + 3| = 3 + \sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} = 6$

$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x + 3 = 6 \\ x + 3 = -6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -9 \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: S = {3 ; – 9}

10. Ⓑ Thay $x = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ vào biểu thức P, ta được:

$$P = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2\sqrt{3}}{4}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{2\sqrt{3}}{4}}} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{4}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{4}}}$$

$$= \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{3})^2}{4}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{\frac{(1 - \sqrt{3})^2}{4}}} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{1 + \sqrt{3}}{2}} + \frac{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3} - 1}{2}}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{6 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3 + 6 + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3}{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{6}{6} = 1$$

8. CĂN THỨC BẬC BA

1. (D)

A. $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9^3} = 9$

B. $\sqrt[3]{-343} = \sqrt[3]{(-7)^3} = -7$

C. $\sqrt[3]{-0,001} = \sqrt[3]{(-0,1)^3} = -0,1$

2. A. [S] $4\sqrt[3]{27} - 12\sqrt[3]{-8} - 5\sqrt[3]{1000} = 4\sqrt[3]{3^3} - 12\sqrt[3]{(-2)^3} - 5\sqrt[3]{10^3}$

$= 12 + 24 - 50 = -14$

B. [S] $3\sqrt[3]{3} - 9\sqrt[3]{24} - 7\sqrt[3]{375} = 3\sqrt[3]{3} - 9\sqrt[3]{2^3.3} - 7\sqrt[3]{5^3.3}$

$= 3\sqrt[3]{3} - 18\sqrt[3]{3} - 35\sqrt[3]{3} = -50\sqrt[3]{3}$

C. [Đ] $\frac{1}{3}\sqrt[3]{4}.2\sqrt[3]{16} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\sqrt[3]{64} + \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt[3]{4^3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = 3$

D. [S] $3\sqrt{135} : \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{54}.\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{135:5} - \sqrt[3]{54.4}$

$= \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{216} = 3 - 6 = -3$

3. A. -4 [<] $\sqrt[3]{64}$ (vì $\sqrt[3]{64} = 4$)

B. 5 [<] $\sqrt[3]{130}$ (vì $5 = \sqrt[3]{125}$)

C. $5\sqrt[3]{6}$ [>] $6\sqrt[3]{5}$ (vì $6\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{1080}$; $5\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{750}$)

D. $-7\sqrt[3]{3}$ [=] $7\sqrt[3]{-3}$ (vì $-7\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{-1029}$; $7\sqrt[3]{-3} = \sqrt[3]{-1029}$)

4. (C) Ta có: $M = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$

5. (A) Ta có: $N = \frac{1}{\sqrt[3]{3}+1} = \frac{\sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3} + 1}{(\sqrt[3]{3}+1)(\sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3} + 1)}$

$= \frac{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1}{(\sqrt[3]{3})^3 + 1^3} = \frac{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1}{4}$

6. (B) Ta có : $P = \frac{-3}{\sqrt[3]{5} - 2} = \frac{-3(\sqrt[3]{5^2} + 2\sqrt[3]{5} + 4)}{(\sqrt[3]{5} - 2)(\sqrt[3]{5^2} + 2\sqrt[3]{5} + 4)}$

$= \frac{-3(\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} + 4)}{\underbrace{(\sqrt[3]{5})^3 - 2^3}_{-3}} = \sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} + 4$

7. Ⓒ Ta có: $\sqrt[3]{-3x} = -1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{(-3x)^3} = (-1)^3$

$\Leftrightarrow -3x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$. Vậy $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

8. Ⓐ Ta có: $\sqrt[3]{x^3 + 3^2 + 3x + 1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{(x+1)^3} = 1 \Leftrightarrow x + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy $S = \{0\}$

9. Ⓓ Ta có: $\sqrt[3]{(x-2)(x^2+2x+4)} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3 - 8} = 0 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x^3 - 8})^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy $S = \{2\}$

10. Ⓑ Đặt $x = \sqrt[3]{3} + 1$

$\Leftrightarrow x - 1 = \sqrt[3]{3} \Leftrightarrow (x-1)^3 = 3$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$

Vậy $\sqrt[3]{3} + 1$ là nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$

ÔN TẬP CHƯƠNG I

3. Ⓑ $\sqrt{x^2 - 7x + 10}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-5) \geq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ x - 5 \leq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \leq 5 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq 5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \leq 2$ hoặc $x \geq 5$

4. Ⓒ $\sqrt{x^2 - 8x + y^2 + 18y + 97}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 - 8x + y^2 + 18y + 97 \geq 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 + 18y + 81 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+9)^2 \geq 0$ với mọi x, y thuộc R

5. Ⓑ $\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x-3} + \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ có nghĩa:

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 + 2x + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x \geq \frac{3}{2} \\ (x+1)^2 + 2 > 0 \text{ với mọi } x \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$

8. Ⓒ Ta có: $P = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1} + 1}$

$= \sqrt{x - 1 + 2\sqrt{x-1} + 1} + \sqrt{x - 1 - 2\sqrt{x-1} + 1}$

$= \sqrt{(\sqrt{x-1} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1} - 1)^2} = |\sqrt{x-1} + 1| + |\sqrt{x-1} - 1|$

* Nếu $x \geq 2$ ta có: $P = \sqrt{x-1} + 1 + \sqrt{x-1} - 1 = 2\sqrt{x-1}$

* Nếu $1 \leq x < 2$, ta có: $P = \sqrt{x-1} + 1 + 1 - \sqrt{x-1} = 2$

13. Ⓓ Ta có:

$$Q = \left(\frac{2x+1}{(\sqrt{x})^3 - 1} - \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}\right)\left(\frac{1 + \sqrt{x^3}}{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1$$

Rút gọn từng thừa số, ta có:

- $$\frac{2x+1}{(\sqrt{x})^3 - 1} - \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} = \frac{2x + 1 - \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}$$

$$= \frac{2x + 1 - x + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$$

- $$\frac{1 + \sqrt{x^3}}{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{x} = \frac{1 + x\sqrt{x} - \sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1 + x\sqrt{x} - \sqrt{x} - x}{1 + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(x-1) - (x-1)}{1 + \sqrt{x}} = \frac{(x-1)(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} + 1}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{(x-1)(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \sqrt{x} - 1$$

16. Ⓑ Ta có: $$P = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{5}} = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \sqrt{5}}$$

$$= \frac{(3 + 4\sqrt{3})[(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{5}]}{[(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \sqrt{5}][(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{5}]}$$

$$= \frac{(3 + 4\sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5})}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{(3 + 4\sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5})}{3 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

Chương II. HÀM SỐ BẬC NHẤT

Vấn đề 1. NHẮC LẠI VÀ BỔ SUNG CÁC KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Khái niệm hàm số

- *Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x, ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là **hàm số** của x và x được gọi là **biến số**.*
- *Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc bằng công thức.*
- *Khi hàm số được cho bằng công thức y = f(x), ta hiểu rằng biến số x chỉ lấy những giá trị mà tại đó f(x) xác định.*
- *Khi y là hàm số của x, ta có thể viết y = f(x), y = g(x), ...*
- *Khi x thay đổi mà y luôn nhận mọi giá trị không đổi thì y được gọi là **hàm hằng**.*

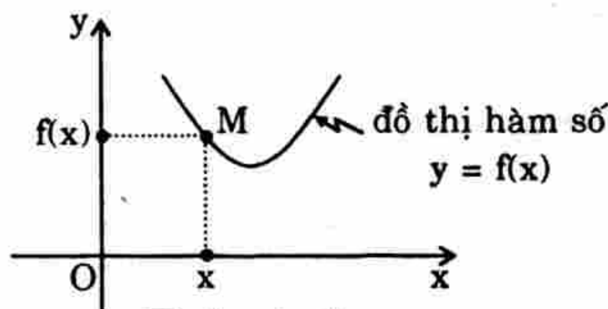
Ví dụ: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2}{3}x - 3$. Tính f(0), f(−1), f(3), f(−4).

Giải

- $f(0) = \frac{2}{3}.0 - 3 = -3$
- $f(-1) = \frac{2}{3}.(-1) - 3 = -\frac{11}{3}$
- $f(3) = \frac{2}{3}.(3) - 3 = -1$
- $f(-4) = \frac{2}{3}.(-4) - 3 = -\frac{17}{3}$

2 Đồ thị hàm số

- *Đồ thị của hàm số y = f(x) là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng (x; f(x)) trên mặt phẳng tọa độ.*



(Hình mô tả)

Ví dụ:

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x-1}$ (*) và các điểm A(1 ; 3), $B\left(3 ; \frac{1}{2}\right)$, C(0 ; 2). Điểm nào (trong các điểm A, B, C) ở trên đồ thị hàm số (1).

Giải

* Hàm số (1) xác định $\Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

– Điểm A có hoành độ x = 1 mà hàm số (1) không xác định tại x = 1 nên điểm A không ở trên đồ thị hàm số (1).

– Điểm B $\begin{cases} y_B = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{x_B - 1} = \dfrac{1}{3-1} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow y_B = \dfrac{1}{x_B - 1}$

Vậy điểm B ở trên đồ thị hàm số (*).

– Điểm C $\begin{cases} y_C = 2 \\ \dfrac{1}{x_C - 1} = \dfrac{1}{0-1} = -1 \end{cases} \Rightarrow y_C \neq \dfrac{1}{x_C - 1}$

Vậy điểm C không ở trên đồ thị hàm số (1)

3 Hàm số đồng biến, nghịch biến

Cho hàm số y = f(x) xác định trên tập số thực R	
Hàm số đồng biến	*Hàm số nghịch biến*
Nếu biến x tăng lên mà giá trị tương ứng f(x) cũng tăng lên thì hàm số y = f(x) được gọi là **hàm số đồng biến** trên R.	Nếu biến x tăng lên mà giá trị tương ứng f(x) lại giảm xuống thì hàm số y = f(x) được gọi là **hàm số nghịch biến** trên R.
Với x_1, x_2 bất kì thuộc R	
Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số y = f(x) **đồng biến** trên R	Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số y = f(x) **nghịch biến** trên R

Ví dụ 1: Chứng minh hàm số y = f(x) = 2x – 5 đồng biến trên R.

Giải

Lấy $x_1, x_2 \in R$

- $x_1 < x_2 \Rightarrow 2x_1 < 2x_2 \Rightarrow 2x_1 - 5 < 2x_2 - 5 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

  Vậy hàm số y = f(x) = 2x – 5 đồng biến trên R.

Ví dụ 2: Chứng minh hàm số y = f(x) = – 5x + 1 nghịch biến trên R.

Giải

Lấy $x_1, x_2 \in R$

- $x_1 < x_2 \Rightarrow -5x_1 > -5x_2 \Rightarrow -5x_1 + 1 > -5x_2 + 1 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

  Vậy hàm số y = f(x) = – 5x + 1 nghịch biến trên R.

B. BÀI TẬP

1. Hãy điền vào chỗ trống (...) để được khẳng định đúng :

Cho hàm số bậc nhất y = f(x) với x_1, x_2 là các giá trị bất kỳ của x thuộc R.

A. Hàm số bậc nhất y = f(x) xác định với mọi ... thuộc ...

B. Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số y = f(x) ...

C. Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số y = f(x) ...

2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3}{4}x$. Tính f(−2) ; f(0) ; f(4).

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $f(-2) = -\frac{3}{2}$ **B.** f(0) = 0

C. f(4) = 3 **D.** A), B), C) đều đúng

3. Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$. Tính f(−2) ; f(0) ; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; f(6).

Khẳng định nào sau đây sai ?

A. f(− 2) = 4 **B.** f(0) = 3 **C.** $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}$ **D.** f(6) = 0

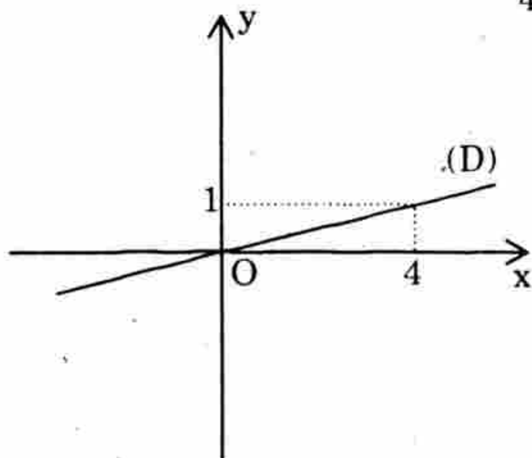
4. Trong các điểm dưới đây, điểm nào thuộc đồ thị (D) của hàm số y = 3x

A. M(− 1 ; 3) **B.** $N\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ **C.** $P\left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right)$ **D.** Q(− 3 ; 9)

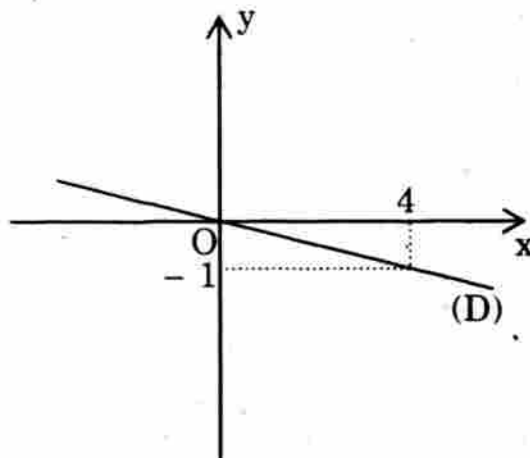
5. Cho bốn điểm: E(1; − 2) ; F(−2; −1), I(3; −3) và H(0; 3). Hỏi điểm nào nằm trên đồ thị (D) của hàm số y = − 2x + 3

A. E và F **B.** E và I **C.** F và H **D.** I và H

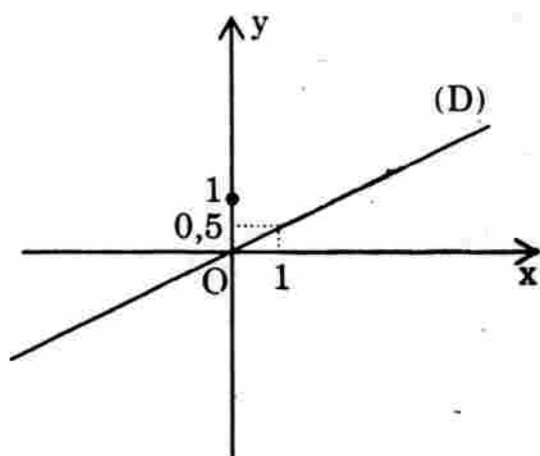
6. Đồ thị (D) của hàm số $y = \frac{1}{4}x$ là hình nào dưới đây:



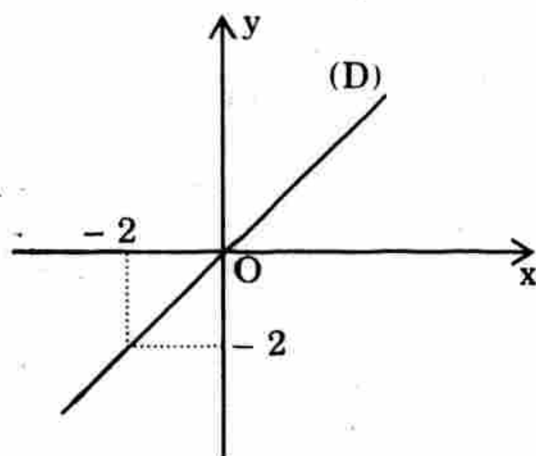
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 4

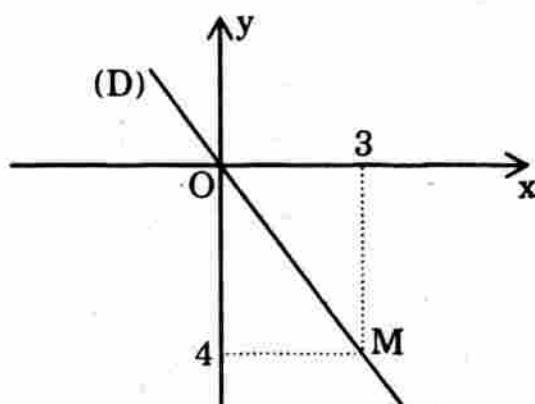
7. Đường thẳng (D) trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây :

A. $y = \frac{3}{4}x$

B. $y = -\frac{3}{2}x$

C. $y = -\frac{4}{3}x$

D. $y = \frac{2}{3}x$



8. Cho hàm số y = ax. Tìm hệ số a, biết rằng khi $x = \frac{1}{4}$ thì $y = -\frac{1}{6}$

A. $a = \frac{1}{2}$ **B.** $a = \frac{1}{3}$ **C.** $a = -\frac{2}{3}$ **D.** $a = \frac{3}{2}$

9. Với giá trị nào của m dưới đây thì $y = \frac{1}{4-3m}x + 3$ là hàm số bậc nhất.

A. m = 4 **B.** $m = \frac{3}{4}$ **C.** $m \neq \frac{3}{4}$ **D.** $m \neq 5$

10. Với giá trị nào của m dưới đây thì $y = \sqrt{5-m}.x$ là hàm số bậc nhất.

A. m < 5 **B.** m > 5 **C.** m = 5 **D.** $m \neq 5$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	×	D	C	B	D	A	C	C	D	A

Vấn đề 2 HÀM SỐ BẬC NHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định nghĩa

Hàm số bậc nhất *là hàm số cho bởi công thức* $\boldsymbol{y = ax + b}$, *trong đó a, b là các số thực cho trước và* $a \neq 0$

Ví dụ: Hàm số nào trong các hàm số sau là hàm số bậc nhất :

a) $y = \dfrac{2}{x} + 3$ **b)** $y = \dfrac{x}{2} + 3$

c) $y = \sqrt{5x} - 1$ **d)** $y = x\sqrt{5} - 1$

Giải

Các hàm số bậc nhất là :
- $y = \dfrac{x}{2} + 3$ $\left(a = \dfrac{1}{2}\text{ và } b = 3\right)$
- $y = x\sqrt{5} - 1$ $(a = \sqrt{5}\text{ và } b = -1)$

2 Tính chất

Hàm số bậc nhất y = ax + b xác định với mọi giá trị của x thuộc tập hợp R và có tính chất :

a) *Đồng biến trên R khi a > 0.*

b) *Nghịch biến trên R khi a < 0.*

Ví dụ:

- Hàm số $y = 2x - 3$ là hàm số đồng biến trên R vì $a = 2 > 0$.
- Hàm số $y = \dfrac{1 - x}{3}$ là hàm số nghịch biến trên R vì $a = -\dfrac{1}{3} < 0$.

B. BÀI TẬP

1. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất :

A. $y = -3x^2 + 1$ **B.** $y = x - \dfrac{1}{x+1}$

C. $y = \sqrt{3}(x - 4) + 3\sqrt{3}$ **D.** $y = x(x - 2) + 5$

2. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 3)x + 4$. Tìm giá trị của m để hàm số đồng biến.

A. $m = 0$ **B.** $m < 3$ **C.** $m > 3$ **D.** $m = 3$

3. Cho hàm số bậc nhất $y = \left(\frac{1}{2} - 3m\right)x + 10$. Tìm giá trị của m để hàm số nghịch biến.

A. $m > \frac{1}{6}$ **B.** $m < \frac{1}{6}$ **C.** $m = \frac{1}{6}$ **D.** $m = \frac{2}{3}$

4. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + \frac{1}{3}$. Tìm hệ số a, biết rằng khi $x = 1$ thì $y = \frac{3}{4}$.

A. $a = -\frac{1}{5}$ **B.** $a = \frac{3}{12}$

C. $a = \frac{7}{13}$ **D.** Một kết quả khác

5. Điểm nào trong các điểm M(– 2 ; 6); N(3 ; –9) ; $P\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$; Q(–2; –8) nằm trên đồ thị (D) của hàm số y = – 3x + 2.

A. M **B.** N **C.** P **D.** Q

6. Với giá trị nào của m dưới đây thì hàm số bậc nhất $y = \frac{m+2}{m-2}x + 8$ là hàm số đồng biến.

A. m = 0 **B.** m < ± 2

C. m > ± 2 **D.** m < – 2 hoặc m > 2

7. Cho hàm số bậc nhất $y = (1 - \sqrt{3})x - 1$

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống.

A. ☐ Hàm số trên nghịch biến trên R

B. ☐ Hàm số trên đồng biến trên R

C. ☐ Khi x = 0 thì y = – 1

D. ☐ Khi y = 0 thì $x = -\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

8. Cho các hàm số $y = -\frac{1}{2}x$; $y = \frac{4}{5}x - 3$; $y = -\sqrt{2}x + 1$

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Các hàm số đã cho đều xác định với mọi x thuộc R

B. Các hàm số đã cho đều đồng biến trên R

C. Đồ thị các hàm số đã cho đều là các đường thẳng đi không qua gốc tọa độ

D. Đồ thị của các hàm số này đều cắt nhau tại điểm có tọa độ (0 ; 0)

9. Cho hàm số $y = -5x$ có đồ thị là (D).

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên R

B. Đồ thị (D) của hàm số đi qua các điểm $M\left(-\frac{1}{5};1\right)$ và $N\left(\frac{2}{3};-\frac{10}{3}\right)$

C. Đồ thị của hàm số nằm trong góc phần tư thứ hai và thứ tư

D. A), B), C) đều đúng

10. Cho hàm số $y = \sqrt{3}x$ có đồ thị là (D).

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Điểm I thuộc (D) có hoành độ là $-\sqrt{3}$ thì tung độ của I là -3

B. Điểm H thuộc (D) có tung độ là $\sqrt{12}$ thì hoành độ của H là 2

C. Điểm $E\left(\frac{1}{\sqrt{6}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ không thuộc đồ thị (D)

D. Khoảng cách từ điểm E đến điểm O (gốc tọa độ) là $\frac{\sqrt{6}}{3}$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	C	A	D	C	D	×	B	D	C

Vấn đề 3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 *Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là nột đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b và :*

- *song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$.*
- *trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$.*

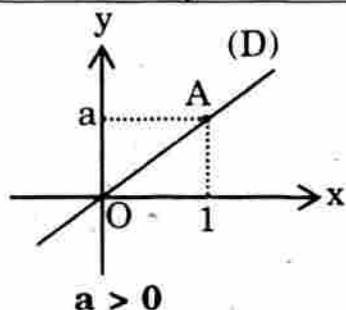
☞ ***Chú ý***

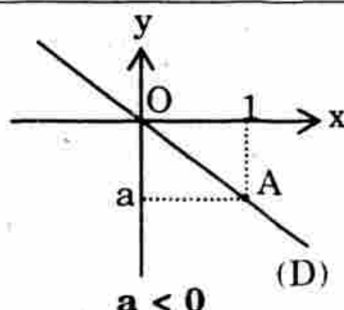
*Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ còn được gọi là đường thẳng $y = ax + b$; **b** được gọi là **tung độ gốc** của đường thẳng.*

2 **Cách vẽ đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$**

- *Trường hợp 1*: $b = 0$ ta có $y = ax$

Đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O(0; 0) và điểm A(1; a).



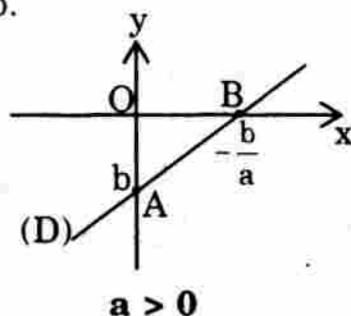


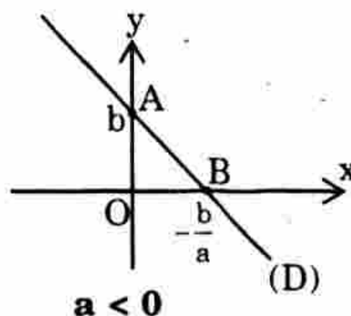
- *Trường hợp 2:* $y = ax + b$ với $a \neq 0$ và $b \neq 0$

  Để vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ta chỉ cần xác định được hai điểm phân biệt của đường thẳng rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó.

  Trong thực hành: Ta thường xác định hai điểm đặc biệt là giao điểm của đồ thị với hai trục tọa độ.

- *Bước 1*
  - Cho $x = 0$ ta có $y = b$, ta được điểm $A(0; b) \in Oy$
  - Cho $y = 0$ ta có $x = -\frac{b}{a}$, ta được điểm $B(-\frac{b}{a}; 0) \in Ox$
- *Bước 2* Vẽ đường thẳng đi qua A và B, ta được đồ thị của hàm số $y = ax + b$.

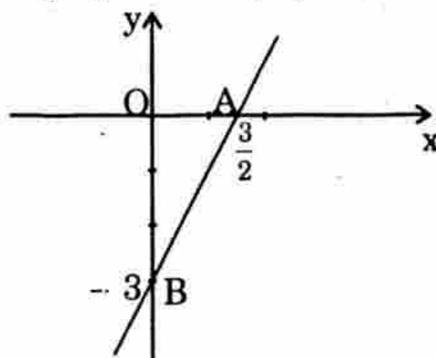




Ví dụ 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 3$

Giải

Đồ thị hàm số $y = 2x - 3$ là đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm $A\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ và cắt trục Oy tại điểm $B(0; -3)$.

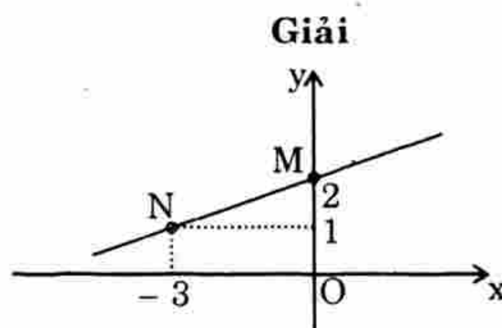


Ví dụ 2:

Tìm hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị hàm số này là đường thẳng (d)

như hình vẽ.

Giải



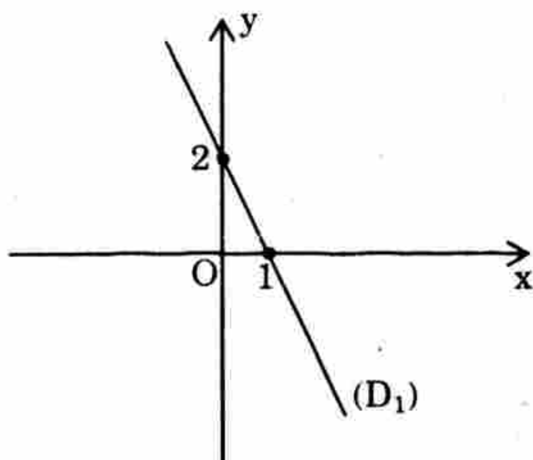
- Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm M(0 ; 2) nên b = 2.
- Đường thẳng (d) qua điểm N(–3; 1) nên :

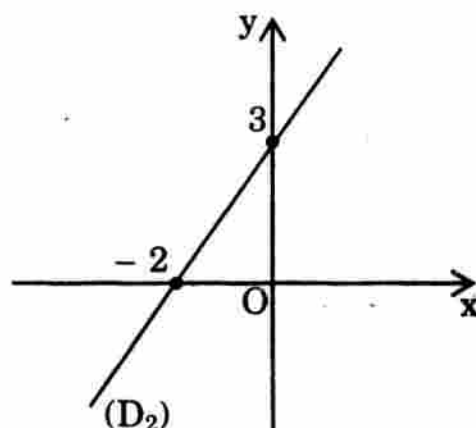
$y_N = ax_N + b \Leftrightarrow 1 = a(-3) + 2 \Leftrightarrow 1 = -3a + 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$

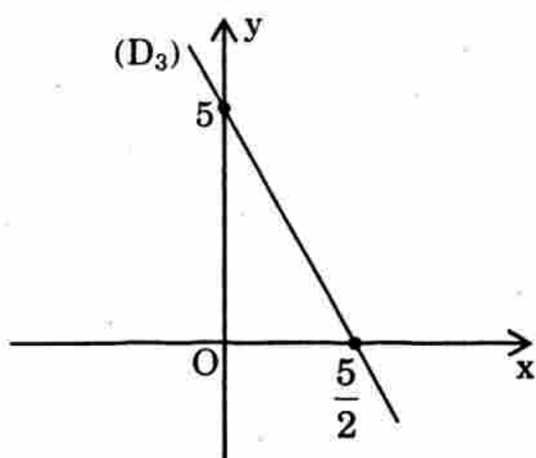
Vậy hàm số phải tìm là $y = \frac{1}{3}x + 2$.

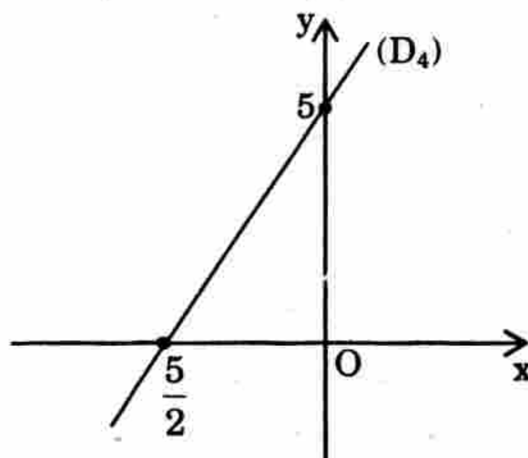
B. BÀI TẬP

1. Đường thẳng nào dưới đây là đồ thị của hàm số **y = – 2x + 5**









A. (D_1) **B.** (D_2) **C.** (D_3) **D.** (D_4)

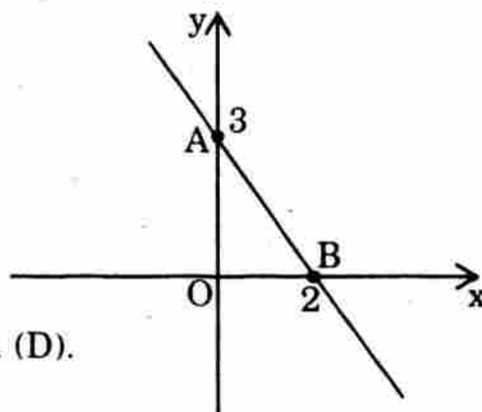
2. Đường thẳng AB trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số:

A. $y = -\frac{3}{2}x + 3$

B. $y = \frac{2}{3}x + 3$

C. $y = 2x + 6$

D. $y = -2x - 6$



3. Cho hàm số $y = -4x + 2$ có đồ thị là (D).

Khẳng định nào sau đây sai?

A. (D) cắt trục hoành tại $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

B. (D) cắt trục tung tại B(0 ; 2).

C. (D) song song với đồ thị của hàm số $y = 4x$.

D. (D) đi qua điểm M(– 1 ; 6).

4. Đồ thị (D) của hàm số $y = 3x + \frac{1}{3}$ đi qua điểm nào sau đây ?

A. $M\left(-\frac{1}{9}; \frac{1}{6}\right)$ **B.** N(1 ; 9) **C.** $P\left(-2; \frac{17}{3}\right)$ **D.** $Q\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{6}\right)$

5. Đồ thị (D) của hàm số $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$ cắt trục hoành tại E và cắt trục tung tại F. Tọa độ của E và F là:

A. $E\left(\frac{2}{5}; 0\right), F\left(0; \frac{1}{5}\right)$

B. $E\left(0; \frac{2}{5}\right), F\left(\frac{1}{5}; 0\right)$

C. $E\left(-\frac{2}{5}; 1\right), F\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$

D. $E\left(0; -\frac{1}{5}\right), F\left(-\frac{2}{5}; 0\right)$

6. Giá trị nào của b dưới đây thì đồ thị (D) của hàm số $y = -2x + b$ đi qua điểm $P\left(\frac{1}{3}; -1\right)$

A. $b = \frac{1}{2}$ **B.** $b = -\frac{1}{3}$ **C.** $b = -\frac{4}{5}$ **D.** $b = 0$

7. Giá trị nào của a và b dưới đây thì đồ thị của (D) của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm M(0 ; – 5) và N(1 ; – 4)

A. a = 4 ; b = 2

B. a = – 3 ; b = 4

C. a = 1 ; b = – 5

D. a = – 2 ; b = – 5

8. Với giá trị nào của m dưới đây thì đồ thị (D) của hàm số $y = x - 3 + \frac{1}{4}m$ đi qua gốc tọa độ.

A. $m = -10$ **B.** $m = 12$ **C.** $m = -14$ **D.** $m = 11$

9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường thẳng (D) đi qua hai điểm P(–1 ; 4) và Q(2 ; – 5)

A. $y = 2x + 1$ **B.** $y = -4x + 2$ **C.** $y = -x + \frac{1}{3}$ **D.** $y = -3x + 1$

10. Cho hàm số $y = \left(3 - \frac{1}{2}m\right)x + \sqrt{5}$ (m là tham số)

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống :

A. ☐ Hàm số đã cho đồng biến khi $m < 6$

B. ☐ Hàm số đã cho nghịch biến khi $m > 6$

C. ☐ Nếu đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $x = 2$ thì $m = 6 - \sqrt{5}$

D. ☐ Nếu đồ thị của hàm số đã cho song song với đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{6}x$ thì $m = \frac{5}{3}$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	A	C	D	A	B	C	B	D	×

Vấn đề 4 • HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG
• HAI ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU
• HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Hai đường thẳng song song – Hai đường thẳng cắt nhau

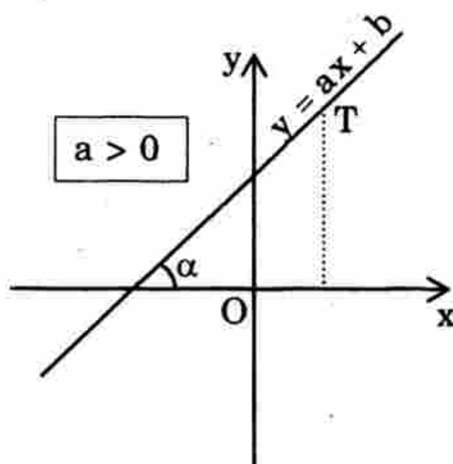
Cho hai đường thẳng : $\begin{cases} (D) : y = ax + b \\ (D') : y = a'x + b' \end{cases}$

Ta có :

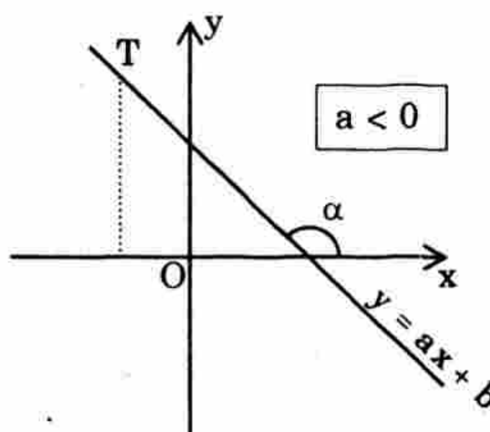
(D) và (D')	Điều kiện
Song song với nhau	a = a' và b ≠ b'
Trùng nhau	a = a' và b = b'
Cắt nhau	a ≠ a'

2 Hệ số góc của đường thẳng (D) : y = ax + b

- Khi hệ số a dương (a > 0) thì góc α tạo bởi đường thẳng (D) : y = ax + b và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc α càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90^o (H.a)
- Khi hệ số a âm (a < 0) thì góc α tạo bởi đường thẳng (D) : y = ax + b và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc α càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180^o (H.b)
- Vì có sự liên quan giữa hệ số a và góc tạo bởi đường thẳng y = ax + b và trục Ox nên người ta gọi **a là hệ số góc của đường thẳng y = ax + b**



Hình a



Hình b

* ***Chú ý***

- *Khi b = 0, ta có hàm số y = ax. Trong trường hợp này, ta cũng nói rằng a là hệ số góc của đường thẳng y = ax*
- *Các đường thẳng có cùng hệ số a (a là hệ số của x) thì tạo với trục Ox các góc bằng nhau*

B. BÀI TẬP

1. Cho các đường thẳng : $(D_1) : y = -x + 1$; $(D_2) : y = x$; $(D_3) : y = -x + 5$ $(D_4): y = 3x - 4$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(D_1) \perp (D_2)$ **B.** $(D_1) // (D_3)$

C. (D_1) cắt (D_4) **D.** A), B), C) đều đúng

2. Với giá trị nào của m dưới đây để hai đường thẳng $(D_1) : y = (3 - m)x - 1$ và $(D_2) : y = -4x + 2$ cắt nhau.

A. $m \neq 5$ **B.** $m = 7$

C. $m \neq -6$ **D.** $m \neq 7$

3. Cho hai đường thẳng $(D_1) : y = \left(\frac{1}{3}m + 1\right)x$ và $(D_2) : y = -\frac{1}{4}x + 3$. Với giá trị nào của m dưới đây thì (D_1) song song với (D_2)

A. $m = -\frac{15}{4}$ **B.** $m = -\frac{13}{4}$ **C.** $m = \frac{11}{3}$ **D.** $m = \frac{14}{5}$

4. Cho hai đường thẳng $(D_1) : y = \sqrt{m+5}.x + 8$ và $(D_2) : y = 2x - n + 1$

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Nếu $(D_1) // (D_2)$ thì $m = -1, n \neq -7$

B. Nếu (D_1) cắt (D_2) thì $m \neq -1$ và $m > -5$

C. Nếu $(D_1) \equiv (D_2)$ thì $m = -1, n = -7$

D. Nếu $(D_1) \perp (D_2)$ thì $m = -\frac{79}{16}$

5. Tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng $(D_1) : y = -3x + 5$ và $(D_2) : y = x + 4$ là:

A. $M\left(0 ; -\frac{1}{2}\right)$ **B.** $M\left(\frac{1}{3} ; \frac{13}{4}\right)$ **C.** $M\left(\frac{1}{4} ; \frac{17}{4}\right)$ **D.** $M\left(-2 ; \frac{13}{17}\right)$

6. Tọa độ giao điểm N của hai đường thẳng $(D_1) : y = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$ và (D_2) : $y = \frac{2}{3}x - 1$ là:

A. $N\left(-4 ; \frac{3}{5}\right)$ **B.** $N\left(4 ; \frac{5}{3}\right)$ **C.** $N\left(\frac{4}{3} ; -5\right)$ **D.** $N\left(-2 ; \frac{1}{3}\right)$

7. Cho ba đường thẳng: (D_1) : $y = 3x$; (D_2) : $y = -x + 8$; (D_3) : $y = -2x + 10$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (D_1), (D_2), (D_3) cắt nhau tại ba điểm phân biệt

B. (D_1), (D_2), (D_3) cắt nhau tại một điểm

C. $(D_1) // (D_2) // (D_3)$

D. A) đúng ; B) và C) sai

8. Với giá trị nào của m dưới đây thì ba đường thẳng:

(D_1) : $y = 3x + \frac{1}{2}$; (D_2) : $y = 2x + \frac{3}{4}$; (D_3) : $y = (m - 4)x + 4$ đồng qui tại một điểm:

A. $m = -7$ **B.** $m = 8$ **C.** $m = -8$ **D.** $m = \frac{-7}{3}$

9. Cho hai đường thẳng (D_1) : $y = x + 1$ và (D_2) : $y = -\sqrt{3}x - 1$. Gọi α và β lần lượt là các góc tạo bởi các đường thẳng (D_1), (D_2) và trục Ox. Số đo của α và β là:

A. $\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ$ **B.** $\alpha = 45^\circ, \beta = 50^\circ$

C. $\alpha = 60^\circ, \beta = 45^\circ$ **D.** $\alpha = 45^\circ, \beta = 60^\circ$

10. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy lấy hai điểm M(2 ; 2) và N(4 ; 0)

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Phương trình của đường thẳng OM là $y = x$

B. Phương trình của đường thẳng MN là $y = x + 4$

C. ΔOMN là tam giác vuông cân

D. $S_{OMN} = 4cm^2$ (Đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét)

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	D	A	D	C	B	C	A	D	B

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Hàm số đồng biến, nghịch biến

Xét hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập R.

Hàm số đồng biến

x	(x tăng)
y = f(x)	↗

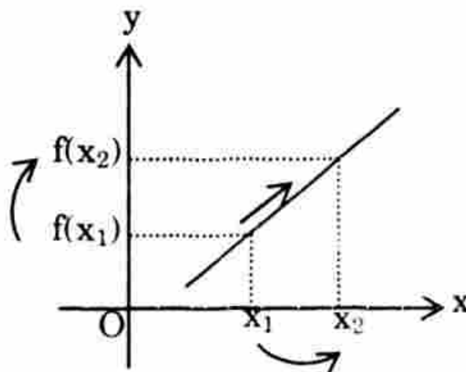
(x tăng ⇒ y = f(x) tăng)

Hàm số nghịch biến

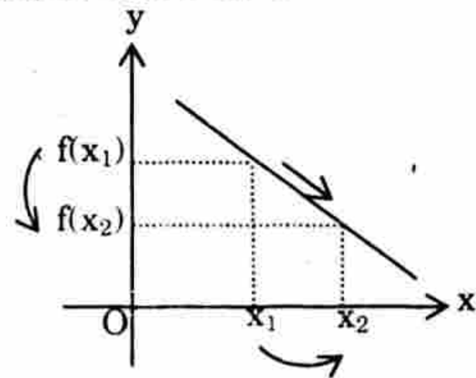
x	(x tăng)
y = f(x)	↘

(x tăng ⇒ y = f(x) giảm)

- Với x_1, x_2 bất kỳ thuộc R
  - Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì f(x) đồng biến trên R.
  - Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì f(x) nghịch biến trên R.



Dạng đồ thị của hàm số đồng biến



Dạng đồ thị của hàm số nghịch biến

2 Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

➢ *Tập xác định* D = R.

➢ *Tính chất* $\begin{cases} \text{Đồng biến trên R khi } a > 0. \\ \text{Nghịch biến trên R khi } a < 0. \end{cases}$

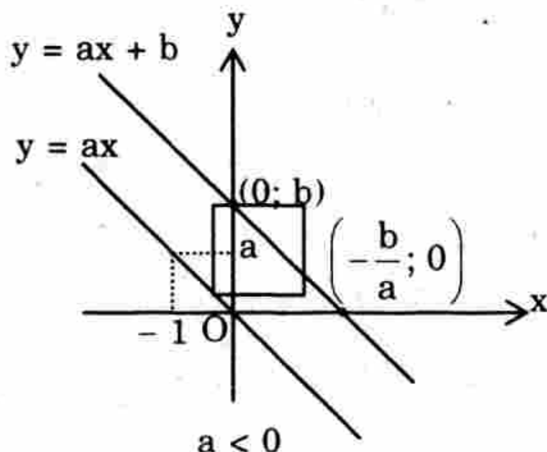
➢ *Đồ thị*

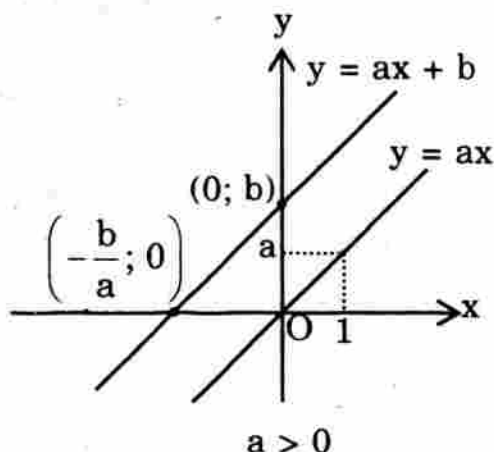
a) Đồ thị hàm số $y = ax$ $(a \neq 0)$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O(0; 0) và qua điểm A(1; a).

b) Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là đường thẳng (D).

- Nếu $b \neq 0$ thì (D) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b và song song với đường thẳng $y = ax$ **(b gọi là tung độ gốc)**

* Nếu b = 0 thì (D) trùng với đường thẳng y = ax.





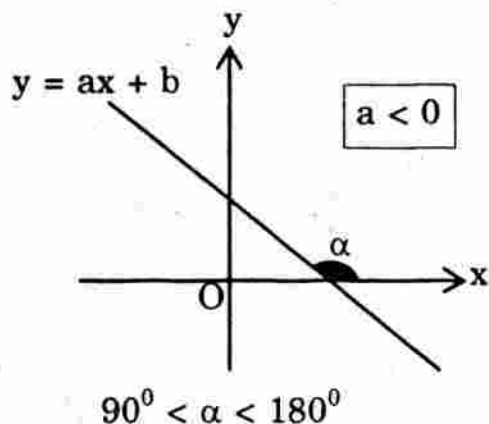
3 Hệ số góc của đường thẳng

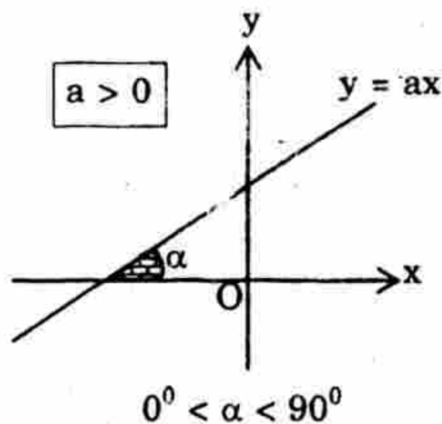
Trong mặt phẳng tọa độ, đường thẳng (D) có phương trình y = ax + b (a gọi là hệ số góc của đường thẳng (D)).

Đặc biệt

a = 0 ⇒ y = b, lúc đó đường thẳng (D) song song hoặc trùng với trục hoành, ta bảo "đường thẳng (D) nằm ngang".

* b = 0 ⇒ (D) ≡ trục hoành.
* b ≠ 0 ⇒ (D) // trục hòanh.





4 Quan hệ giữa hai đường thẳng

Xét hai đường thẳng $\begin{cases} (D): \ y = ax + b \\ (D'): \ y = a'x + b' \end{cases}$

a) (D) cắt (D') ⇔ $a \neq a'$

b) (D) // (D') ⇔ $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$

c) (D) ≡ (D') ⇔ $\begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

B. BÀI TẬP

1. Với những giá trị nào của m dưới đây thì hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x + 4$ đồng biến :

A. $m = 2$ **B.** $m < 2$ **C.** $m > 2$ **D.** $m = 0$

2. Với những giá trị nào của k dưới đây thì hàm số bậc nhất $y = (4 - 3k)x + 1$ nghịch biến

A. $k = \frac{1}{3}$ **B.** $k = \frac{4}{3}$ **C.** $k < \frac{3}{4}$ **D.** $k > \frac{4}{3}$

3. Với những giá trị nào của m dưới đây thì đồ thị của hai hàm số $y = -x + (1 + m)$ và $y = 2x + 5 - m$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung:

A. $m = 2$ **B.** $m = -3$ **C.** $m = 4$ **D.** $m = 0$

4. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Biết rằng $a = 3$ và đồ thị (D) của hàm số đi qua điểm $I(-3 ; -3)$

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $y = 3x - \frac{1}{3}$ **B.** $y = 3x + 6$ **C.** $y = 3x + \frac{2}{3}$ **D.** $y = 3x - 4$

5. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Biết rằng đồ thị (D) của hàm số song song với đường thẳng (D) : $y = \sqrt{5}x$ và đi qua điểm $H(\sqrt{5} ; -3)$

A. $y = \sqrt{5}x + 3$ **B.** $y = \sqrt{5}x + \frac{3}{5}$

C. $y = \sqrt{5}x + \frac{1}{5}$ **D.** Một kết quả khác

6. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Biết rằng đồ thị (D) của hàm số đi qua hai điểm: $M(0,5 ; 2)$ và $N(-1 ; -5,5)$

A. $y = 5x - 0,5$ **B.** $y = -3x + \frac{1}{2}$ **C.** $y = 5x - 2$ **D.** $y = 4x - \frac{5}{2}$

7. Với giá trị nào của m dưới đây thì đồ thị (D) của hàm số:

$y = \left(4 - \frac{1}{3}m\right)x + m - 4$ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ là $x = -1$.

A. $m = -4$ **B.** $m = 5$

C. $m = 6$ **D.** A), B), C) đều sai

8. Cho hai đường thẳng $(D_1) : y = (m - 3)x + 5$ và $(D_2) : y = \left(1 - \frac{1}{2}m\right)x + 2n - 1$

Khẳng định nào sau đây sai?

A. (D_1) cắt $(D_2) \Leftrightarrow m \neq \frac{8}{3}$

B. $(D_1) // (D_2) \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$ và $n \neq 3$

C. $(D_1) \equiv (D_2) \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$ và $n = 3$

D. $(D_1) \perp (D_2) \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 4$

9. Cho ba đường thẳng : $(D_1) : y = -mx + 4$; $(D_2) : y = 2x - 3$ và (D_3): $y = x + 1$. Với giá trị nào của m dưới đây thì (D_1), (D_2), (D_3) đồng qui tại một điểm.

A. $m = -\frac{1}{3}$ **B.** $m = -\frac{1}{4}$ **C.** $m = \frac{2}{3}$ **D.** $m = -\frac{1}{2}$

10. Cho hàm số $y = (1 - 3m)x + 2m - 3$ đồ thị là (D)

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

A. ☐ Nếu (D) đi qua gốc tọa độ thì $m = \frac{3}{2}$

B. ☐ Nếu (D) tạo với trục Ox một góc nhọn thì $m > \frac{1}{3}$

C. ☐ Nếu (D) cắt trục Ox tại (2 ; 0) thì $m = -\frac{1}{4}$

D. ☐ Nếu (D) cắt trục Oy tại $\left(0 ; -\frac{1}{2}\right)$ thì $m = -\frac{7}{10}$

11. Xét bài toán : "Bằng compa và thước thẳng, hãy nêu cách vẽ điểm $P(\sqrt{3} ; 0)$ trên hệ trục tọa độ Oxy"

Hãy sắp xếp một cách hợp lí các câu sau để có lời giải của bài toán trên.

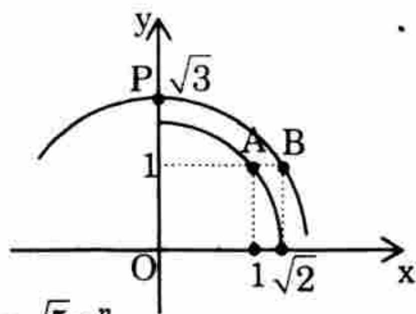
a) Vẽ điểm $B(\sqrt{2} ; 1)$ ta được $OB = \sqrt{3}$

b) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy

c) Vẽ điểm A(1 ; 1) ta được $OA = \sqrt{2}$. Vẽ cung tròn (0 ; OA) cắt trục hoành tại điểm $\sqrt{2}$

d) Vẽ cung tròn (O ; OB) cắt tia Oy tại điểm $\sqrt{3}$ đó là điểm $P(0 ; \sqrt{3})$ cần vẽ.

Sắp xếp nào sau đây hợp lí :



A. a) ; c) ; d) ; b)

B. b) ; c) ; d) ; a)

C. b) ; c) ; a) ; d)

D. a) ; c) ; b) ; d)

12. Xét bài toán : "Vẽ đồ thị (D) của hàm số $y = \sqrt{5}x$ "

Hãy sắp xếp một cách hợp lí để được lời giải của bài toán trên.

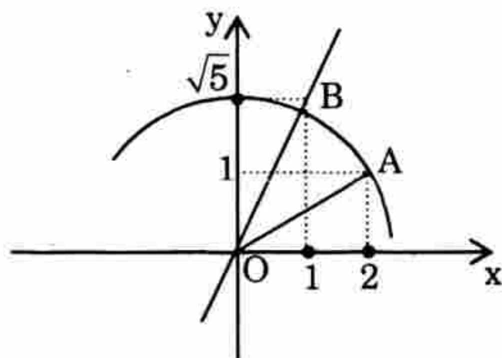
a) Vẽ cung tròn (O ; OA) cắt tia Oy tại điểm $\sqrt{5}$

b) Vẽ điểm $B(1 ; \sqrt{5})$

c) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy

d) Vẽ điểm A(2 ; 1) ta được $OA = \sqrt{5}$

e) Vẽ đường thẳng OB. Đó là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{5}x$



Sắp xếp nào sau đây hợp lí ?

A. c) ; a) ; b) ; d) ; e)

B. c) ; d) ; a) ; e) ; b)

C. c) ; d) ; b) ; a) ; c)

D. c) ; d) ; a) ; b) ; e)

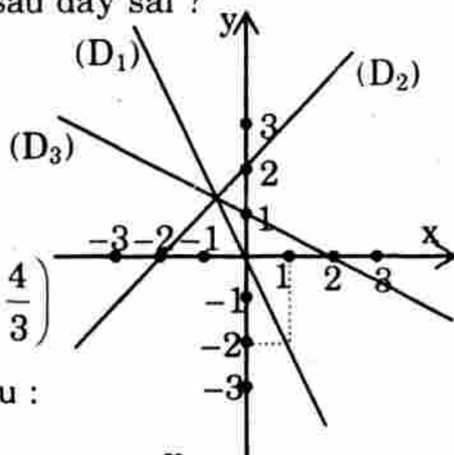
13. Với hình vẽ đã cho, hãy cho biết câu nào sau đây sai ?

A. (D_1) là đồ thị của hàm số $y = -2x$

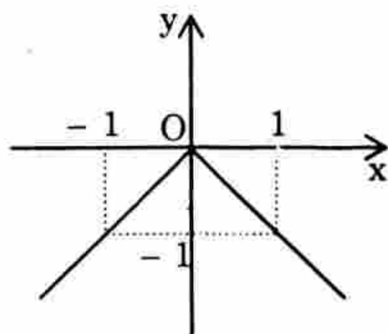
B. (D_2) là đồ thị của hàm số $y = x - 2$

C. (D_3) là đồ thị của hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$

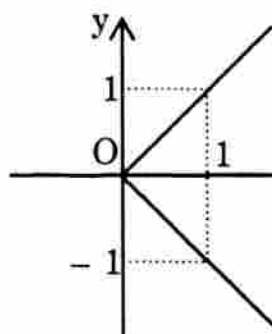
D. (D_1), (D_2), (D_3) đồng qui tại điểm $\left(-\dfrac{2}{3} ; \dfrac{4}{3}\right)$



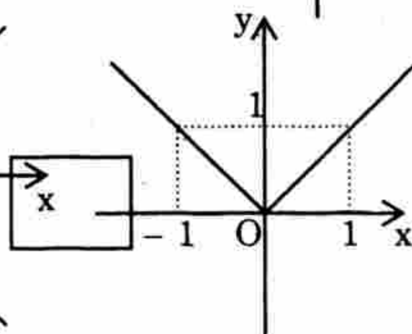
14. Đồ thị của hàm số $y = |x|$ được vẽ như sau :



Hình 1



Hình 2

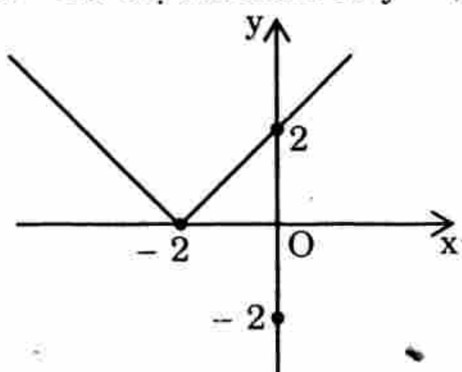


Hình 3

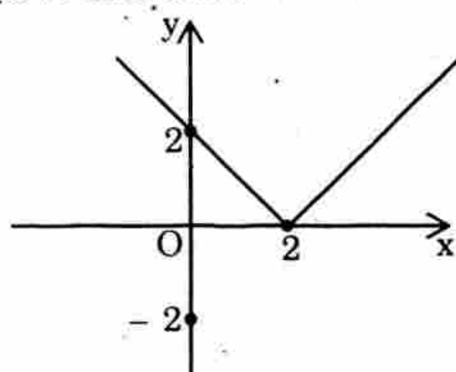
Hãy chọn hình vẽ đúng :

A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3

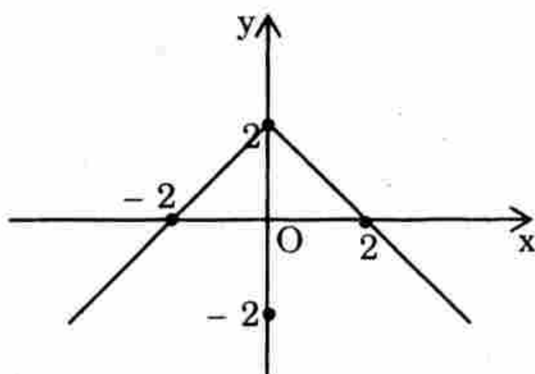
15. Đồ thị của hàm số $y = |x + 2|$ được vẽ như sau :



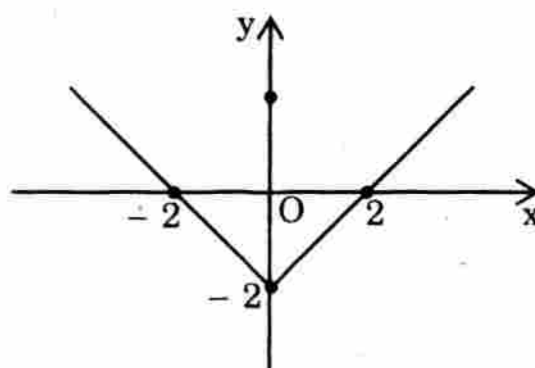
Hình 1



Hình 2



Hình 3

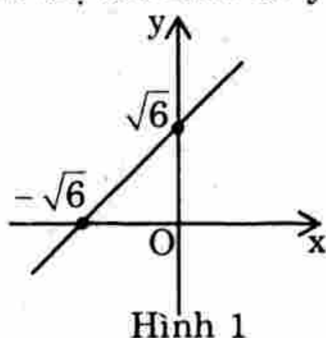


Hình 4

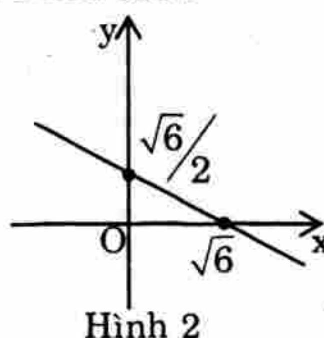
Hãy chọn hình vẽ đúng :

A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 4

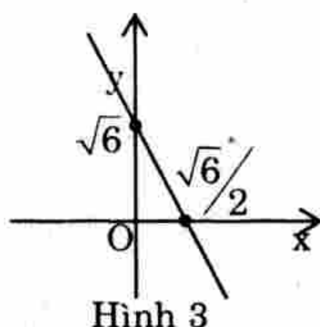
16. Đồ thị của hàm số $y = 2x + \sqrt{6}$ được vẽ như sau :



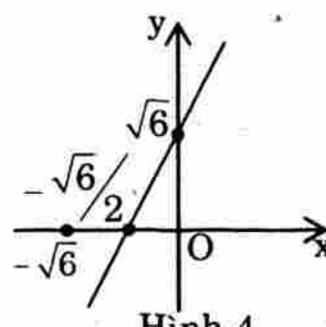
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hãy chọn hình vẽ đúng :

A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 4

17. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng (D) : $y = 2x + 6$ với trục Ox. Số đo của α là :

A. $\alpha = 60^o43'$ **B.** $\alpha = 63^o26'$ **C.** $\alpha = 65^o23'$ **D.** $\alpha = 72^o45'$

18. Trên cùng một mặt phẳng tọa độ lấy ba điểm: A(1 ; 3) ; B(– 2 ; 0) ; C(5 ; 0)

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Góc tạo bởi đường thẳng AB với tia Ox có số đo bằng 45^o

B. Góc tạo bởi đường thẳng AC với tia Ox có số đo bằng $143^o08'$

C. Số đo góc $\widehat{BAC} = 104^o03'$

D. $S_{ABC} = 10,5cm^2$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét)

19. Cho hai đường thẳng (D_1) : $y = \frac{1}{2}x + 2$ và (D_2) : $y = -x + 2$

Gọi A và B theo thứ tự giao điểm của (D_1) và (D_2) với trục hoành và C là giao điểm của hai đường thẳng đó (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét)

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Số đo các góc ΔABC là : $\widehat{A} = 26^o33'$, $\widehat{B} = 45^o$, $\widehat{C} = 108^o27'$

B. Chu vi ΔABC bằng 5,6cm

C. Diện tích ΔABC bằng $6cm^2$

D. A), B), C) đều đúng

20. Cho ba đường thẳng: (D_1) : $y = -x$; (D_2) : $y = 2x$; (D_3) : $y = 4$. (D_3) cắt (D_1) và (D_2) theo thứ tự tại M và N. Tính diện tích tam giác OMN (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét)

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_{OMN} = 9cm^2$ **B.** $S_{OMN} = 9,75cm^2$

C. $S_{OMN} = 12cm^2$ **D.** $S_{OMN} = 14,5cm^2$

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	D	A	B	D	A	C	D	B	×

Bài	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Câu	C	D	B	C	A	D	B	C	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

1. NHẮC LẠI VÀ BỔ SUNG CÁC KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ

1. Điền vào chỗ trống (...) :

A. Hàm số bậc nhất $y = f(x)$ xác định với mọi x thuộc R

B. Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến

C. Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến

2. Ⓓ Ta có : $y = f(x) = \frac{3}{4}x$

A. $f(-2) = \frac{3}{4}.(-2) = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

B. $f(0) = \frac{3}{4}.0 = 0$

C. $f(4) = \frac{3}{4}.4 = 3$

3. Ⓒ Ta có : $y = f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

A. $f(-2) = \left(-\frac{1}{2}\right).(-2) + 3 = 4$

B. $f(0) = \left(-\frac{1}{2}\right).0 + 3 = 3$

C. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right).\frac{1}{2} + 3 = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4}$

D. $f(6) = \left(-\frac{1}{2}\right).6 + 3 = -3 + 3 = 0$

4. Ⓑ **Hướng dẫn cách giải.**

Xét xem điểm $A(x_A;y_A)$ có thuộc đồ thị (D) của hàm số $y = ax + b$ (*) hay không ta làm như sau:

Thay giá trị của x_A ; y_A vào (*)

– Nếu $y_A = ax_A + b$ thì $A \in (D)$

– Nếu $y_A \neq ax_A + b$ thì $A \notin (D)$

Ta có : (D) : $y = 3x$ (*)

A. Thay $x_M = -1$ và $y_M = 3$ vào (*), ta được: $3 \neq 3.(-1)$

Do đó $M \notin (D)$

B. Thay $x_N = \frac{1}{3}$ và $y_N = 1$ vào (*), ta được: $1 = 3.\frac{1}{3}$

Do đó $N \in (D)$

C. Thay $x_P = -\frac{1}{6}$ và $y_P = \frac{1}{2}$ vào (*), ta được: $\frac{1}{2} \neq 3.\left(-\frac{1}{6}\right)$

Do đó $P \notin (D)$

D. Thay $x_Q = -3$ và $y_Q = 9$ vào (*), ta được: $9 \neq 3.(-3)$

Do đó $Q \notin (D)$

. (D) Ta có: (D) : y = – 2x + 3 (*)

- Thay $x_E = 1$, $y_E = -2$ vào (*), ta được: $-2 \neq \underbrace{(-2).1 + 3}_{1}$

  Do đó $E \notin (D)$

- Thay $x_F = -2$, $y_F = -1$ vào (*), ta được: $-1 \neq \underbrace{(-2)(-2) + 3}_{7}$

  Do đó $F \notin (D)$

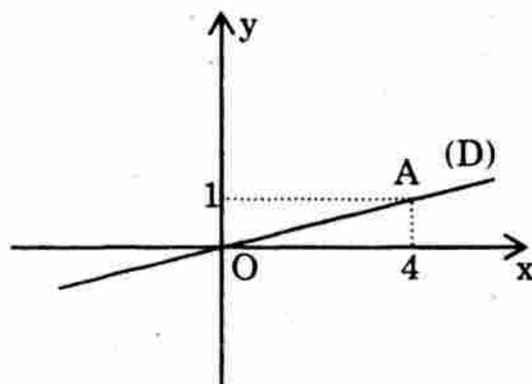
- Thay $x_I = 3$, $y_E = -3$ vào (*), ta được: $-3 = \underbrace{(-2).3 + 3}_{-3}$

  Do đó $I \in (D)$

- Thay $x_H = 0$, $y_H = 3$ vào (*), ta được: $3 = \underbrace{(-2).0 + 3}_{3}$

  Do đó $H \in (D)$

. (A) Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{4}x$ là đường thẳng (D) đi qua gốc tọa độ và qua điểm thứ hai A(4 ; 1)



* Ghi chú: Hàm số $y = \frac{1}{4}x$ có dạng y = ax $\left(a = \frac{1}{4}\right)$. Để điểm thứ hai A có tọa độ là các số nguyên (4 ; 1) ta cho x_A bằng mẫu số của a ($x_A = 4$).

Suy ra $y_A = \frac{1}{4}.4 = 1$. Khi tọa độ của A là các số nguyên sẽ giúp ta vẽ điểm A trên hệ trục tọa độ nhanh, chính xác hơn.

. (C) Đường thẳng (D) đi qua gốc tọa độ O(0 ; 0) nên (D) là đồ thị của hàm số y = ax. (D) còn đi qua M(3 ; – 4) nên tọa độ của M nghiệm đúng y = ax. Ta có: $-4 = a.4 \Leftrightarrow a = -\frac{4}{3}$

Vậy đường thẳng (D) là đồ thị của hàm số $y = -\frac{4}{3}x$

8. (C) Thay $x = \frac{1}{4}$ và $y = -\frac{1}{6}$ và y = ax, ta có:

$-\frac{1}{6} = a.\frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \left(-\frac{1}{6}\right) : \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}$. Vậy $a = -\frac{2}{3}$

9. (D) Để $y = \frac{1}{4 - 3m}x + 3$ là hàm số bậc nhất khi hệ số của x là $\frac{1}{4 - 3m} \neq 0$.

Mà $\frac{1}{4 - 3m} \neq 0$ khi $4 - 3m \neq 0$ hay $m \neq \frac{4}{3}$

Vậy khi $m \neq \frac{4}{3}$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

10. (A) Để $y = \sqrt{5 - m}.x$ là hàm số bậc nhất khi hệ số của x là $\sqrt{5 - m} \neq 0$. Đồng thời để $\sqrt{5 - m} \neq 0$ có nghĩa khi $5 - m \geq 0$

Từ đó suy ra : $5 - m > 0 \Leftrightarrow m < 5$

Vậy khi m< 5 thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất

2. HÀM SỐ BẬC NHẤT

1. (C)

A. $y = -3x^2 + 1$ không phải là hàm số bậc nhất

B. $y = x - \frac{1}{x + 1} = \frac{x(x + 1) - 1}{x + 1} = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$ không phải là hàm số bậc nhất

C. $y = \sqrt{3}(x - 4) + 3\sqrt{3} = \sqrt{3}.x - \sqrt{3}$ là hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$ $(a = \sqrt{3}\ ;\ b = -\sqrt{3})$

D. $y = x(x - 2) + 5 = x^2 - 2x + 5$ không phải là hàm số bậc nhất

2. (C) Hàm số bậc nhất $y = (m - 3)x + 4$ đồng biến khi hệ số của x là $m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > 3$

3. (A) Hàm số bậc nhất $y = \left(\frac{1}{2} - 3m\right)x + 10$ nghịch biến khi hệ số của x là $\frac{1}{2} - 3m < 0 \Leftrightarrow -3m < -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m > \frac{1}{6}$

* **Chú ý:** Bất đẳng thức đổi chiều khi nhân hai vế của bất đẳng thức đó với một số âm

4. (D) Thay $x = 1, y = \frac{3}{4}$ vào $y = ax + \frac{1}{3}$, ta được:

$\frac{3}{4} = a.1 + \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$. Vậy $a = \frac{5}{12}$

5. (C) Làm tương tự bài 5 §1

6. (D) Hàm số bậc nhất $y = \frac{m+2}{m-2}x + 8$ đồng biến khi hệ số của x là:

$\frac{m+2}{m-2} > 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2<0 \\ m-2<0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m+2>0 \\ m-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-2 \\ m<2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m>-2 \\ m>2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m < -2$ hoặc $m > 2$

Vậy khi $m < -2$ hoặc $m > 2$ thì hàm số đã cho đồng biến

7. A. [Đ] B. [S] C. [Đ] D. [S].

* Giải thích: Ta có : $y = (1 - \sqrt{3})x - 1$ (*)

- Hàm số bậc nhất $y = (1-\sqrt{3})x - 1$ nghịch biến vì hệ số của x là $1 - \sqrt{3} < 0$
- Thay x = 0 vào (*), ta được: $y = (1-\sqrt{3}).0 - 1 = -1$
- Thay y = 0 vào (*), ta được: $(1-\sqrt{3}).x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (1-\sqrt{3})x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{1-\sqrt{3}} = \frac{1+\sqrt{3}}{-2} = -\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

8. (B) Sai, đúng là:

- Hàm số bậc nhất $y = -\frac{1}{2}x$ nghịch biến trên R vì hệ số của x là $-\frac{1}{2} < 0$
- Hàm số bậc nhất $y = \frac{4}{5}x - 3$ đồng biến trên R vì hệ số của x là $\frac{4}{5} > 0$
- Hàm số bậc nhất $y = -\sqrt{2}x + 1$ nghịch biến trên R vì hệ số của x là $-\sqrt{2} < 0$

9. (D)

A. Hàm số bậc nhất y = – 5x nghịch biến trên R vì hệ số của x là $-5 < 0$

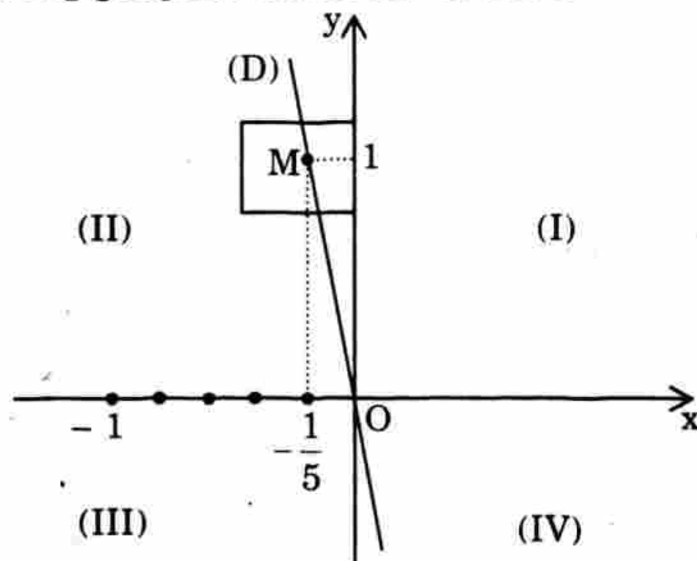
B. Thay $x_M = -\frac{1}{5}$ và y = 1 vào y = – 5x, ta được : $1 = \underbrace{(-5).\left(-\frac{1}{5}\right)}_{1}$

Do đó M ∈ (D) hay (D) đi qua M.

Thay $x_N = \frac{2}{3}$ và $y = -\frac{10}{3}$ vào y = – 5x, ta được : $-\frac{10}{3} = \underbrace{-5.\frac{2}{3}}_{-\frac{10}{3}}$

Do đó N ∈ (D) hay (D) đi qua N

C. (D) nằm trong góc phần tư thứ hai và thứ tư



10. Ⓒ

A. Thay $x_I = -\sqrt{3}$ vào $y = \sqrt{3}.x$, ta được : $y_I = \sqrt{3}.(-\sqrt{3}) = -(\sqrt{3})^2 = -3$

Vậy $I(-\sqrt{3}\ ;\ -3)$

B. Thay $y_H = \sqrt{12}$ vào $y = \sqrt{3}.x$, ta được:

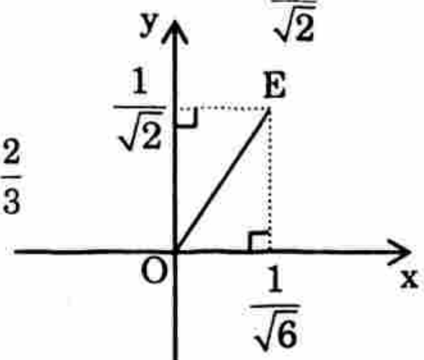
$\sqrt{12} = \sqrt{3}.x_H \Leftrightarrow x_H = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2$. Vậy $H(2\ ;\ \sqrt{12})$

C. Thay $x_E = \frac{1}{\sqrt{6}}$ và $y_E = \frac{1}{\sqrt{2}}$ vào $y = \sqrt{3}.x$, ta được : $\frac{1}{\sqrt{2}} = \underbrace{\sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{6}}}_{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

Do đó E ∈ (D)

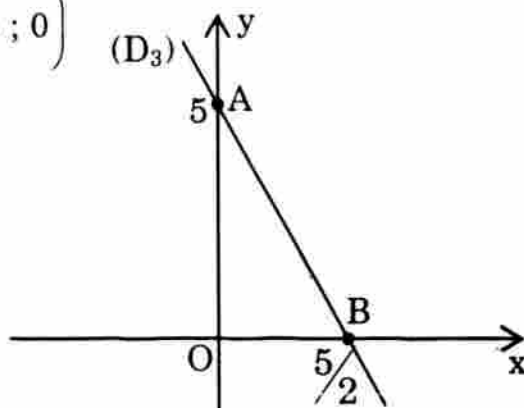
D. Ta có : $OE^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow OE = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$



3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

1. Ⓒ Đồ thị của hàm số $y = -2x + 5$ là đường thẳng đi qua hai điểm A(0 ; 5) và $B\left(\frac{5}{2}; 0\right)$



2. Ⓐ Đường thẳng AB là đồ thị của hàm số $y = ax + b$ (*)

Do đường thẳng AB đi qua hai điểm : A(0 ; 3) và B(2 ; 0) nên tọa độ của A và B nghiệm đúng $y = ax + b$

Ta có: $\begin{cases} 3 = a.0 + b \\ 0 = a.2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Thay $a = -\frac{3}{2}$ và $b = 3$ vào (*), ta được : $y = -\frac{3}{2}x + 3$

Vậy đường thẳng AB là đồ thị của hàm số $y = -\frac{3}{2}x + 3$

3. Ⓒ Ta có: (D) : $y = -4x + 2$ (*)

A. Thay $x_A = \frac{1}{2}$ và $y_A = 0$ vào (*), ta được : $0 = \underbrace{-4.\frac{1}{2} + 2}_{0}$

Do đó $A \in (D)$ hay (D) cắt trục hoành tại $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

B. Thay $x_B = 0$ và $y_B = 2$ vào (*), ta được : $2 = \underbrace{-4.0 + 2}_{2}$

Do đó $B \in (D)$ hay (D) cắt trục tung tại B(0 ; 2)

C. Ta đã biết: Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0, b \neq 0)$ là đường thẳng song song với đường thẳng $y = ax$. Do đó đường thẳng (D) : $y = -4x + 2$ song song với đường thẳng $y = -4x$

D. Thay $x_M = -1$ và $y_M = 6$ vào (*), ta được : $6 = \underbrace{(-4).(-1) + 2}_{6}$

Do đó $M \in (D)$ hay (D) đi qua M(– 1 ; 6)

4. Ⓓ Làm tương tự bài 5 §1

5. Ⓐ Điểm E thuộc trục hoành nên có tung độ bằng 0 ($y_E = 0$)

Thay $y_E = 0$ vào $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$, ta được :

$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{5} = 0 \Leftrightarrow -5x_E + 2 = 0 \Leftrightarrow x_E = \frac{2}{5}$

Vậy tọa độ của E là $\left(\frac{2}{5}; 0\right)$

- Điểm F thuộc trục tung nên có hoành độ bằng 0 ($x_F = 0$)

Thay $x_F = 0$ vào $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$, ta được : $y_F = -\frac{1}{2}.0 + \frac{1}{5} \Leftrightarrow y_F = \frac{1}{5}$

Vậy tọa độ của F là $\left(0; \frac{1}{5}\right)$

6. Ⓑ Thay $x_P = \frac{1}{3}$ và $y_P = -1$ vào $y = -2x + b$, ta được :

$-1 = -2.\frac{1}{3} + b \Leftrightarrow b = -1 + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

7. Ⓒ Tọa độ của M(0 ; – 5) và N(1 ; – 4) nghiệm đúng $y = ax + b$.

Từ đó ta có hệ phương trình : $\begin{cases} -5 = a.0 + b \\ -4 = a.1 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 \\ a = 1 \end{cases}$

Vậy (a ; b) = (1 ; – 5)

8. Ⓑ Gốc tọa độ O(0;0)

Thay x = 0 và y = 0 vào $y = x - 3 + \frac{1}{4}m$, ta được :

$0 = 0 - 3 + \frac{1}{4}m \Leftrightarrow \frac{1}{4}m = 3 \Leftrightarrow m = 12$

9. Ⓓ Đường thẳng (D) là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax + b$ (*)

Do (D) đi qua P(– 1 ; 4) và Q(2 ; – 5) nên tọa độ của P và Q nghiệm đúng $y = ax + b$

Từ đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -5 = 2a + b \\ 4 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 - 2a & (1) \\ b = 4 + a & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow -5 - 2a = 4 + a \Leftrightarrow 3a = -9 \Leftrightarrow a = -3$

(2) $\Rightarrow b = 4 + (-3) = 1$

Thay a = – 3 và b = 1 vào (*), ta được : $y = -3x + 1$

Vậy đường thẳng (D) qua P và Q là đồ thị của hàm số $y = -3x + 1$

10. **A.** Đ **B.** Đ **C.** S **D.** S.

* Giải thích :

Ta có : $y = \left(3 - \frac{1}{2}m\right)x + \sqrt{5}$ (m là tham số)

A. Nếu $3 - \frac{1}{2}m > 0 \Leftrightarrow m < 6$ thì hàm số y đồng biến

B. Nếu $3 - \frac{1}{2}m < 0 \Leftrightarrow m > 6$ thì hàm số y nghịch biến

C. Điểm thuộc trục hoành có tọa độ (2 ; 0)

Thay x = 2 và y = 0 vào $y = \left(3 - \frac{1}{2}m\right)x + \sqrt{5}$, ta được :

$$\left(3 - \frac{1}{2}m\right).2 + \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow 6 - m + \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow m = 6 + \sqrt{5}$$

D. Nếu đồ thị của hàm số đã cho song song với đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{6}x$ thì : $3 - \frac{1}{2}m = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 18 - 3m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{17}{3}$

4. • HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG
• HAI ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU
• HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Ⓓ Nhắc lại:

Cho hai đường thẳng $(D_1) : y = ax + b$ và $(D_2) : y = a'x + b'$

- Nếu (D_1) cắt (D_2) thì $a \neq a'$
- Nếu $(D_1) // (D_2)$ thì $a = a'$ và $b \neq b'$
- Nếu $(D_1) \equiv (D_2)$ thì $a = a'$ và $b = b'$
- Nếu $(D_1) \perp (D_2)$ thì $a.a' = 1$

Ta có: $(D_1) : y = -x + 1$ $(a = -1 ; b = 1)$

$(D_2) : y = x$ $(a' = 1 ; b' = 0)$

$(D_3) : y = -x + 5$ $(a'' = -1 ; b'' = 5)$

$(D_4) : y = 3x - 4$ $(a''' = 3 ; b''' = -4)$

Từ đó suy ra :

- $(D_1) \perp (D_2)$ vì có $a.a' = (-1).1 = -1$
- $(D_1) // (D_3)$ vì có $a = a'' = -1$ và $b \neq b''$ $(1 \neq 5)$
- (D_1) cắt (D_4) vì có $a \neq a'''$ $(-1 \neq 3)$

2. (D) Ta có : $(D_1) : y = (3 - m)x - 1$ $(a = 3 - m\ ;\ b = -1)$

$(D_2) : y = -4x + 2$ $(a' = -4\ ;\ b = 2)$

Nếu (D_1) và (D_2) cắt nhau thì $a \neq a'$

Hay $3 - m \neq -4 \Leftrightarrow m \neq 7$

Vậy khi $m \neq 7$ thì (D_1) và (D_2) cắt nhau.

3. (A) Ta có: $(D_1) : y = \left(\frac{1}{3}m + 1\right)x$ $\left(a = \frac{1}{3}m + 1\ ;\ b = 0\right)$

$(D_2) : y = -\frac{1}{4}x + 3$ $\left(a' = -\frac{1}{4}\ ;\ b' = 3\right)$

Nếu $(D_1) // (D_2)$ thì $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$ hay $\begin{cases} \frac{1}{3}m + 1 = -\frac{1}{4} & (1) \\ 0 \neq 3 & (2) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow 4m + 12 = -3 \Leftrightarrow 4m = -15 \Leftrightarrow m = -\frac{15}{4}$

Vậy khi $m = -\frac{15}{4}$ thì $(D_1) // (D_2)$

4. (D) Ta có: $(D_1) : y = \sqrt{m + 5}.x + 8$ $(a = \sqrt{m + 5}\ ;\ b = 8)$

$(D_2) : y = 2x - n + 1$ $(a' = 2\ ;\ b' = -n + 1)$

A. $(D_1) // (D_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m + 5} = 2 \\ 8 \neq -n + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n \neq -7 \end{cases}$

B. (D_1) cắt $(D_2) \Leftrightarrow \sqrt{m + 5} \neq 2 \Leftrightarrow m \neq -1$ (1)

Đồng thời để $\sqrt{m + 5}$ có nghĩa $\Leftrightarrow m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $m > -5$ và $m \neq -1$

C. $(D_1) \equiv (D_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m + 5} = 2 \\ 8 = -n + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -7 \end{cases}$

D. $(D_1) \perp (D_2) \Leftrightarrow a.a' = -1$

Hay $\sqrt{m + 5}.2 = -1 \Rightarrow \sqrt{m + 5} = -\frac{1}{2}$

Ta có : $\sqrt{m + 5} > 0$ và $-\frac{1}{2} < 0$ nên $\sqrt{m + 5} \neq -\frac{1}{2}$

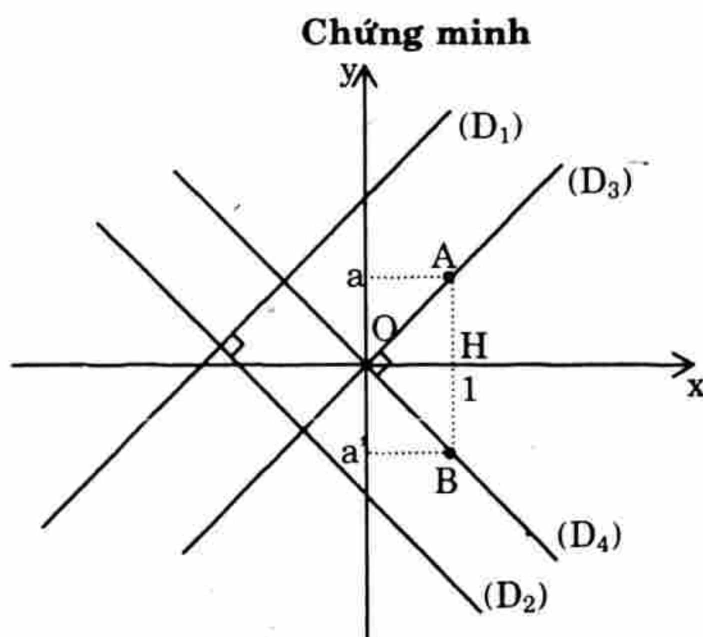
Vậy không tồn tại m

* **Ghi chú :**

Cho hai đường thẳng $(D_1) : y = ax + b$ và $(D_2) : y = a'x + b'$

Chứng minh rằng : Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, hai đường thẳng (D_1) và (D_2) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $a.a' = -1$

Chứng minh



Qua O kẻ (D_3) song song (D_1) và (D_4) song song (D_2)

- **Chứng minh : Nếu $(D_1) \perp (D_2)$ thì $a.a' = -1$**

Không làm mất tính tổng quát, giả sử $a > 0$ suy ra $a' < 0$ (vì góc hợp bởi (D_3) và (D_4) với tia Ox hơn kém nhau 90^o)

- Đường thẳng (D_3) : $y = ax$ đi qua điểm $A(1 ; a)$
- Đường thẳng (D_4) : $y = a'x$ đi qua điểm $B(1 ; a')$
- Suy ra $AB \perp Ox$ tại điểm H có hoành độ $x = 1$

Vì $(D_1) \perp (D_2)$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AOB} = 90^o$

$\Rightarrow HA.HB = OH^2$ hay $a.|a'| = 1$

$\Rightarrow -a.a = 1 \Rightarrow a.a' = -1$ (đpcm)

- **Chứng minh ngược lại nếu $a.a' = -1$ thì $(D_1) \perp (D_2)$**

Thật vậy, từ $a.a' = -1 \Rightarrow a.|a'| = 1$

$\Rightarrow HA.HB = OH^2$

$\Rightarrow \dfrac{HA}{OH} = \dfrac{OH}{HB} \Rightarrow \Delta HOA \sim \Delta HOB \Rightarrow \widehat{AOH} = \widehat{OBH}$

Mà $\widehat{OBH} + \widehat{HOB} = 90^o \Rightarrow \widehat{AOH} + \widehat{HOB} = 90^o$

$\Rightarrow (D_3) \perp (D_4) \Rightarrow (D_1) \perp (D_2)$ (đpcm)

Vậy $(D_1) \perp (D_2) \Leftrightarrow a.a' = -1$ (đpcm)

5. Ⓒ ***Hướng dẫn giải***

Cho hai đường thẳng $(D_1): y = ax + b$ và $(D_2): y = a'x + b'$

Muốn tìm tọa độ giao điểm A của (D_1) và (D_2) ta làm như sau :

- Bước 1: Lập phương trình hoành độ $ax + b = a'x + b'$ (1)
- Bước 2: Giải phương trình (1) để được giá trị của x
- Bước 3: Thay giá trị của x vừa tìm được vào phương trình của (D_1) hoặc của (D_2) sẽ tìm được giá trị của y
- Bước 4: Lấy giá trị của x và y đã tìm được để kết luận tọa độ giao điểm của (D_1) và (D_2)

Ta có: $(D_1): y = -3x + 5$ (1) và $(D_2): y = x + 4$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow -3x + 5 = x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

(1) $\Leftrightarrow y = -3.\frac{1}{4} + 5 = \frac{17}{4}$

Vậy tọa độ giao điểm M của (D_1) và (D_2) là $\left(\frac{1}{4}; \frac{17}{4}\right)$

6. Ⓑ Ta có: $(D_1): y = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$ (1) và $(D_2): y = \frac{2}{3}x - 1$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow \frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}x - 1$

$\Leftrightarrow 3x + 8 = 8x - 12 \Leftrightarrow x = 4$ (1)

$\Rightarrow y = \frac{1}{4}.4 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Vậy tọa độ giao điểm N của (D_1) và (D_2) là: $\left(4; \frac{5}{3}\right)$

7. Ⓒ ***Hướng dẫn cách giải***

- Bước 1 : Tính tọa độ giao điểm A của (D_1) và (D_2)
- Bước 2 : Xét xem tọa độ của A có nghiệm đúng phương trình của (D_3) hay không. Nếu tọa độ của A nghiệm đúng phương trình của (D_3) thì (D_3) đi qua A. Tức là (D_1), (D_2), (D_3) đồng qui tại A. Nếu tọa độ của A không nghiệm đúng phương trình của (D_3) thì (D_3) không đi qua A tức là (D_1), (D_2), (D_3) không đồng qui tại A.

Ta có : $(D_1): y = 3x$ (1)

$(D_2): y = -x + 8$ (2)

$(D_3): y = -2x + 10$ (3)

Gọi A là giao điểm của (D_1) và (D_2)

(1) và (2) $\Rightarrow 3x = -x + 8 \Leftrightarrow x = 2$

(1) $\Rightarrow y = 3.2 = 6$. Vậy tọa độ của A là (2 ; 6)

Thay $x_A = 2$ và $y_A = 6$ vào (3), ta được : $6 = \underbrace{-2.2 + 10}_{6}$

Do đó $A \in (D_3)$.

Vậy (D_1), (D_2), (D_3) đồng quy tại A

- **Cách khác**

Tọa độ giao điểm A của (D_1) và (D_2) là (2 ; 6) (*)

Gọi B là giao điểm của (D_2) và (D_3) :

(2) và (3) $\Rightarrow -x + 8 = -2x + 10 \Leftrightarrow x = 2$

(2) $\Rightarrow y = -2 + 8 = 6$

Vậy tọa độ của B là (2 ; 6) (*, **)

Từ (*) và (*, **) $\Rightarrow A \equiv B$

Vậy (D_1), (D_2) và (D_3) đồng qui tại A

8. Ⓐ Ta có: $(D_1) : y = 3x + \frac{1}{2}$ (1)

$(D_2) : y = 2x + \frac{3}{4}$ (2)

$(D_3) : y = (m - 4)x + 4$ (3)

Gọi M là giao điểm của (D_1) và (D_2)

(1) và (2) $\Rightarrow 3x + \frac{1}{2} = 2x + \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

(1) $\Rightarrow y = 3.\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

Vậy tọa độ của M là $\left(\frac{1}{4} ; \frac{5}{4}\right)$

Vì (D_1), (D_2), (D_3) đồng qui tại một điểm nên M thuộc (D_3)

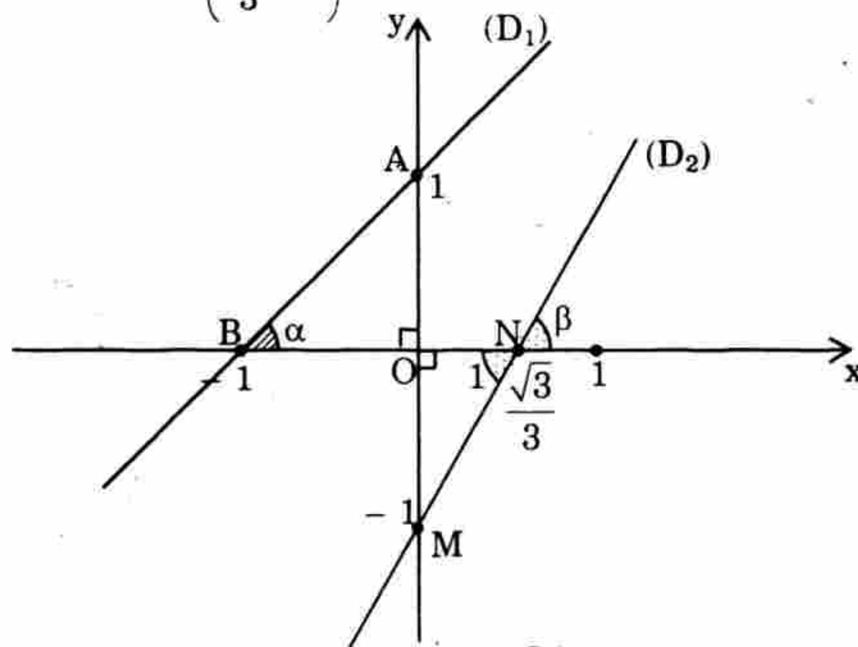
Do đó tọa độ của M nghiệm đúng phương trình của (D_3)

(3) $\Rightarrow \frac{5}{4} = (m - 4).\frac{1}{4} + 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4} = \frac{1}{4}m - 1 + 4$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}m = \frac{5}{4} - 3 \Leftrightarrow m = -7$

9. Ⓓ Đường thẳng $(D_1) : y = x + 1$ cắt trục Oy tại A(0 ; 1) và cắt trục Ox tại B(– 1 ; 0)

Đường thẳng (D_2): $y = \sqrt{3}x - 1$ cắt trục Oy tại M(0 ; – 1) và cắt trục Ox tại $N\left(\frac{\sqrt{3}}{3} ; 0\right)$



Từ ΔOBA vuông tại O, ta có : $tg\alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{|-1|} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^o$

Từ ΔMON vuông tại O, ta có :

$$tg\widehat{N_1} = \frac{OM}{ON} = \frac{|-1|}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \beta = \widehat{N_1} = 60^o \text{ (vì } \beta = \widehat{N_1} \text{ đđ)}$$

Vậy $\alpha = 45^o$, $\beta = 60^o$

10. (B) *Hướng dẫn cách giải*

Muốn viết phương trình một đường thẳng đi qua hai điểm cho trước trong mặt phẳng tọa độ ta làm như sau :

- *Bước 1 : Xác định dạng phương trình của đường thẳng là $y = ax + b$*
- *Bước 2 : Thay giá trị của x và y là tọa độ của hai điểm đã cho vào dạng phương trình đã nêu ở bước 1 ta sẽ được hệ phương trình chứa ẩn là a và b*
- *Bước 3 : Giải hệ phương trình trên bằng phương pháp so sánh ta sẽ được giá trị của a và b*
- *Bước 4 : Thay giá trị của a và b vào $y = ax + b$ ta sẽ được phương trình của đường thẳng*

A. Phương trình của đường thẳng OM đi qua gốc tọa độ có dạng

$$y = ax \qquad (1)$$

Tọa độ của M(2 ; 2) nghiệm đúng (1) $\Rightarrow a = \dfrac{y_M}{x_M} = \dfrac{2}{2} = 1$

Vậy phương trình của OM là y = x

B. Phương trình của đường thẳng MN có dạng y = ax + b (2)

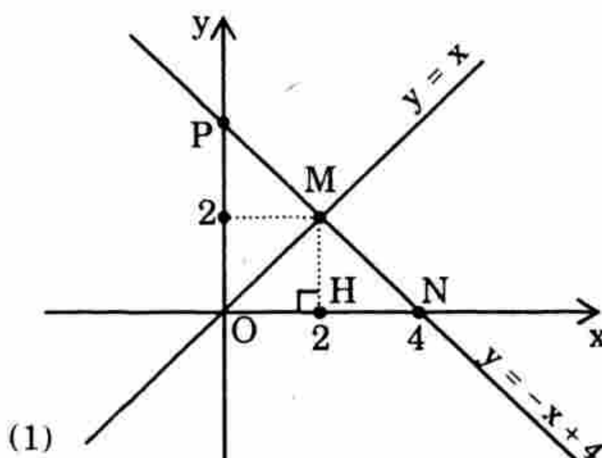
Tọa độ của M(2 ; 2) và N(4 ; 0) nghiệm đúng (2), ta có hệ phương trình : $\begin{cases} 2 = 2a + b \\ 0 = 4a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - 2a & (3) \\ b = -4a & (4) \end{cases}$

(3) và (4) $\Rightarrow 2 - 2a = -4a \Leftrightarrow a = -1$

(4) $\Rightarrow b = (-4).(-1) = 4$

Vậy nghiệm của hệ là: (a ; b) = (– 1 ; 4)

Thay a = – 1 và b = 4 vào (2) ta được phương trình của MN là: y = – x + 4



C. Ta có : $\begin{cases} OH = HN = 2 \\ OH \perp HM \end{cases}$

$\Rightarrow$ OH vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao của ΔOMN (H là hình chiếu của M trên Ox)

$\Rightarrow$ ΔOMN cân tại M (1)

Ta còn có : OM : y = x

$\Rightarrow$ OM là đường phân giác của góc xOy

$\Rightarrow \widehat{MON} = 45^o$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra ΔOMN vuông cân tại M

D. Ta có : $S_{OMN} = \dfrac{1}{2}.MH.ON = \dfrac{1}{2}.2.4 = 4\ (cm^2)$

ÔN TẬP CHƯƠNG II

1. (C) Hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x + 4$ đồng biến khi hệ số của x là $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$

2. (D) Hàm số bậc nhất $y = (4 - 3k)x + 1$ nghịch biến khi hệ số của x là $4 - 3k < 0 \Leftrightarrow k > \frac{4}{3}$

3. (A) Khi hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung thì tung độ gốc của chúng bằng nhau:
$b = b'$ hay $1 + m = 5 - m \Leftrightarrow m = 2$

4. (B) Thay $a = 3$ vào $y = ax + b$, ta được : $y = 3x + b$ (*)
Thay $x_I = -3$ và $y_I = -3$ vào (*), ta được: $-3 = 3.(-3) + b \Leftrightarrow b = 6$
Vậy hàm số phải xác định là: $y = 3x + 6$

5. (D) Ta có: (D) : $y = ax + b$ (1) và (D') : $y = \sqrt{5}x$ (2)
Khi (D) // (D') $\Leftrightarrow a = \sqrt{5}$
Vì (D) đi qua H nên tọa độ của $H(\sqrt{5}\,; -3)$ nghiệm đúng phương trình của (D)
(1) $\Rightarrow -3 = \sqrt{5}.\sqrt{5} + b \Leftrightarrow b = -8$. Vậy (D) : $y = \sqrt{5}x - 8$

6. (A) Khi đường thẳng (D): $y = ax + b$ đi qua hai điểm M(0,5 ; 2) và N(– 1 ; – 5,5) thì tọa độ của M và N nghiệm đúng phương trình $y = ax + b$.
Từ đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2 = 0,5a + b \\ -5,5 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - 0,5a & (1) \\ b = -5,5 + a & (2) \end{cases}$
(1) và (2) $\Rightarrow 2 - 0,5a = -5,5 + a \Leftrightarrow a = 5$
(2) $\Rightarrow b = -5,5 + 5 = -0,5$
Nghiệm của hệ phương trình là: $(a\,; b) = (5\,; -0,5)$
Vậy hàm số được xác định là: $y = 5x - 0,5$

7. (C) Khi đồ thị (D) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -1$ thì tọa độ của điểm này là: (– 1 ; 0)
Thay $x = -1$và $y = 0$ vào $y = \left(4 - \frac{1}{3}m\right)x + m - 4$, ta được :
$$\left(4 - \frac{1}{3}m\right)(-1) + m - 4 = 0 \Leftrightarrow -4 + \frac{1}{3}m + m - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}m + m - 8 = 0 \Leftrightarrow m + 3m - 24 = 0 \Leftrightarrow 4m - 24 = 0 \Leftrightarrow m = 6$$

8. Ⓓ Ta có: $(D_1): y = (m - 3)x + 5$ $(a = m - 3 ; b = 5)$

$$(D_2): y = \left(1 - \frac{1}{2}m\right)x + 2n - 1 \quad \left(a' = 1 - \frac{1}{2}m ; b' = 2n - 1\right)$$

A. (D_1) cắt $(D_2) \Leftrightarrow m - 3 \neq 1 - \frac{1}{2}m \Leftrightarrow m \neq \frac{8}{3}$

B. $(D_1) // (D_2) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 = 1 - \frac{1}{2}m \\ 5 \neq 2n - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{8}{3} \\ n \neq 3 \end{cases}$

C. $(D_1) \equiv (D_2) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 3 = 1 - \frac{1}{2}m \\ 5 = 2n - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{8}{3} \\ n = 3 \end{cases}$

D. $(D_1) \perp (D_2) \Leftrightarrow (m - 3)\left(1 - \frac{1}{2}m\right) = -1$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - 1 = 0 \\ m - 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 4 \end{array}\right.$$

9. Ⓑ Ta có: $(D_1): y = -mx + 4$ (1)

$(D_2): y = 2x - 3$ (2)

$(D_3): y = x + 1$ (3)

Gọi M là giao điểm của (D_2) và (D_3) :

(2) và (3) $\Rightarrow 2x - 3 = x + 1 \Leftrightarrow x = 4$

(3) $\Leftrightarrow y = 4 + 1 = 5$

Tọa độ của M là (4 ; 5)

Nếu (D_1), (D_2), (D_3) đồng qui thì (D_1) đi qua M nên tọa độ của M nghiệm đúng phương trình của (D_1)

(1) $\Rightarrow 5 = -m.4 + 4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$

10. Ⓓ A. Đ B. S C. Đ D. S.

* Giải thích:

Ta có: $(D): y = (1 - 3m)x + 2m - 3$ (*)

- (D) đi qua gốc tọa độ (0 ; 0), (*) trở thành :

  $(1 - 3m).0 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

- (D) tạo với trục Ox một góc nhọn thì $1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$

- (D) cắt trục hoành tại điểm (2 ; 0), (*) trở thành :

  $(1 - 3m).2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$

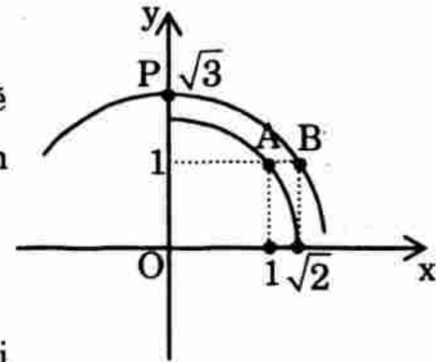
- (D) cắt trục tung tại $\left(0 ; -\frac{1}{2}\right)$, (*) trở thành :

  $(1 - 3m).0 + 2m - 3 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2m - 3 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$

11. Ⓒ

b) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy

c) Vẽ điểm A(1;1) ta được $OA = \sqrt{2}$. Vẽ cung tròn (0 ; OA) cắt trục hoành tại điểm $\sqrt{2}$



a) Vẽ điểm $B(\sqrt{2} ; 1)$ ta được $OB = \sqrt{3}$

d) Vẽ cung tròn (O ; OB) cắt tia Oy tại điểm $\sqrt{3}$ đó là điểm $P(0 ; \sqrt{3})$ cần vẽ.

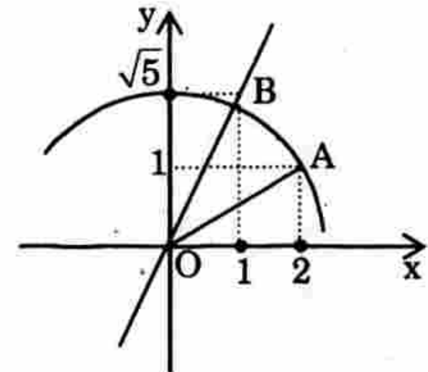
* Ghi chú : Bài toán trên giúp học sinh vẽ được đồ thị của các hàm số bậc nhất y = ax + b trong đó giá trị của a, b là các căn thức bậc hai.

12. Ⓓ

c) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy

d) Vẽ điểm A(2 ; 1) ta được $OA = \sqrt{5}$

a) Vẽ cung tròn (O ; OA) cắt tia Oy tại điểm $\sqrt{5}$



b) Vẽ điểm $B(1 ; \sqrt{5})$

e) Vẽ đường thẳng OB. Đó là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{5}\,x$

* Đồ thị của hàm số $y = \sqrt{5}$ là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ và qua điểm $(1 ; \sqrt{5})$

13. Ⓑ

A. Đường thẳng (D_1) đi qua gốc tọa độ nên (D_1) là đồ thị của hàm số có dạng y = ax.

Do (D_1) đi qua điểm (1 ; – 2) suy ra $a = \frac{y}{x} = \frac{-2}{1} = -2$

Vậy (D_1) là đồ thị của hàm số y = – 2x

B. Đường thẳng (D_2) là đồ thị của hàm số có dạng y = ax + b (*)

Do (D_2) đi qua hai điểm (0 ; 2) và (– 2 ; 0) nên tọa độ hai điểm này nghiệm đúng (*)

Từ đó ta có hệ phương trình : $\begin{cases} 2 = a.0 + b \\ 0 = a.(-2) + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases}$

Nghiệm của hệ là (a ; b) = (1 ; 2)

Vậy (D_2) là đồ thị của hàm số y = x + 2

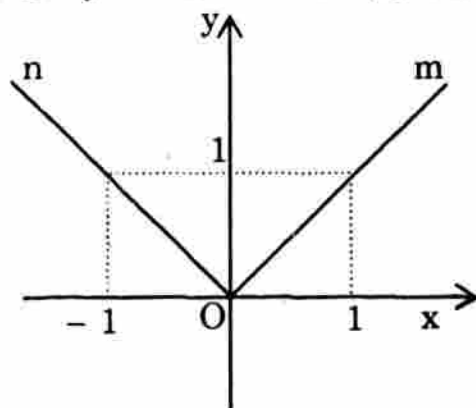
C. Tương tự câu B), ta có (D_3) là đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 1$

D. Giải tương tự bài 7 §4, ta có (D_1), (D_2) và (D_3) đồng qui tại điểm $\left(-\frac{2}{3} ; \frac{4}{3}\right)$

14. Ⓒ Ta có: $y = |x| = \left[\begin{array}{l} x \text{ với } x \geq 0 \\ -x \text{ với } x < 0 \end{array}\right.$

– Ta vẽ đồ thị của y = x với x ≥ 0 (là tia Om)

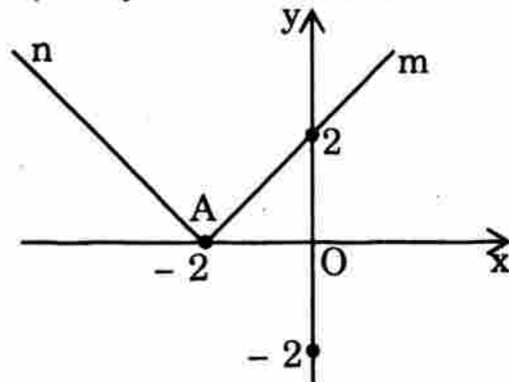
– Và vẽ đồ thị của y = – x với x < 0 (là tia On)



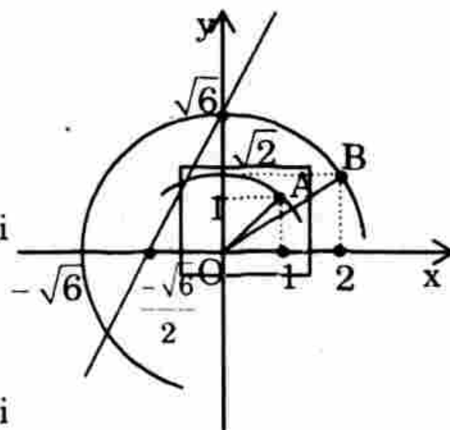
15. Ⓐ Ta có: $y = |x + 2| = \left[\begin{array}{l} x + 2 \text{ với } x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2 \\ -(x + 2) \text{ với } x + 2 < 0 \Leftrightarrow x < -2 \end{array}\right.$

– Ta vẽ đồ thị của y = x + 2 với x ≥ – 2 (là tia Am)

– Và vẽ đồ thị của y = – x – 2 với a < – 2 (là tia An)



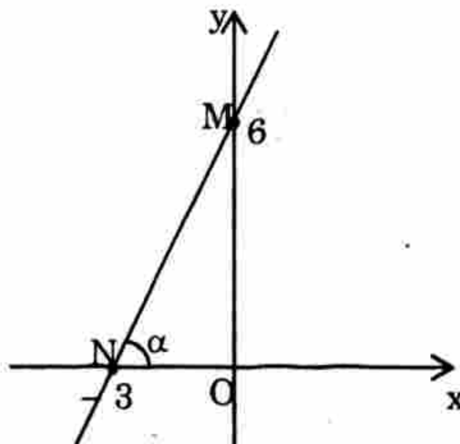
16. Ⓓ Đồ thị của hàm số $y = 2x + \sqrt{6}$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0 ; \sqrt{6})$ và $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2} ; 0\right)$



Cách vẽ :

- Vẽ điểm A(1 ; 1) ta được $OA = \sqrt{2}$
- Vẽ cung tròn (O ; OA) cắt tia Oy tại điểm $\sqrt{2}$
- Vẽ điểm $B(2 ; \sqrt{2})$ ta được $OB = \sqrt{6}$
- Vẽ cung tròn (O ; OB) cắt trục Oy tại điểm $\sqrt{6}$ và cắt trục Ox tại điểm $-\sqrt{6}$ (xem hình vẽ)
- Vẽ đường thẳng qua hai điểm $(0; \sqrt{6})$ và $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2} ; 0\right)$. Đó là đồ thị của hàm số $y = 2x + \sqrt{6}$

17. Ⓑ Đường thẳng (D) : $y = 2x + 6$ cắt trục tung tại M(0 ; 6) và cắt trục hoành tại N(– 3 ; 0)



ΔOMN vuông tại O, ta có :

$$tg\widehat{N} = tg\alpha = \frac{OM}{ON} = \frac{6}{|-3|} = 2$$

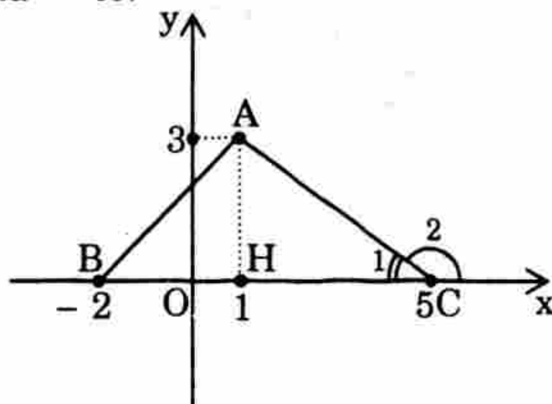
$\Rightarrow \alpha = 63^o26'$

18. Ⓒ

Gọi H là hình chiếu của A trên trục Ox ta có OH = 1 (hoành độ của A)

A. ΔAHB vuông tại H, ta có:

$$tgB = \frac{AH}{BH} = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow \widehat{B} = 45^o$$



B. ΔAHC vuông tại H, ta có:

$$tg\widehat{C_1} = \frac{AH}{CH} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$\Rightarrow \widehat{C_1} = 36^o52'$

$\Rightarrow \widehat{C_2} = 180^o - 36^o52' = 143^o08'$

C. Từ ΔABC, ta có:

$\widehat{BAC} = 180^0 - (\widehat{B} + \widehat{C_1}) = 180^0 - (45^0 + 36^052') = 98^008'$

D. Ta có : $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.3.7 = 10,5\ (cm^2)$

19. (B) Ta có: $(D_1) : y = \frac{1}{2}x + 2$ (1)

$(D_2) : y = -x + 2$ (2)

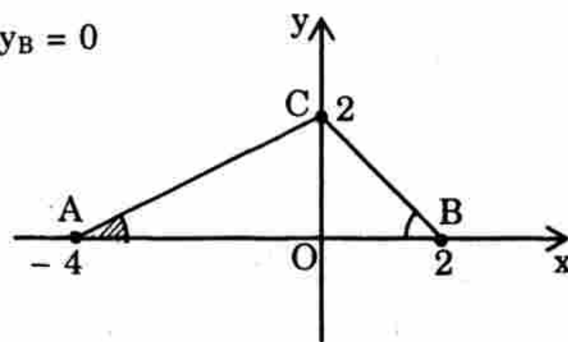
- (D_1) và (D_2) có cùng tung độ gốc ($b = b' = 2$) nên hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm C nằm trên trục tung có tọa độ C(0 ; 2)
- (D_1) cắt trục hoành tại A, ta có $y_A = 0$

  $(1) \Rightarrow \frac{1}{2}x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -4$

  Do đó A(– 4 ; 0)
- (D_2) cắt trục hoành tại B, ta có $y_B = 0$

  $(2) \Rightarrow -x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

  Do đó B(2 ; 0)



A. $tgA = \frac{OC}{OA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A} = 26^033'$

$tgB = \frac{OC}{OB} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \widehat{B} = 45^0$

$\Rightarrow \widehat{C} = 180^0 - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^0 - (26^033' + 45^0) = 108^027'$

B. Ta có:

- $AB = 6cm$
- $AC^2 = OA^2 + OC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$

$\Rightarrow AC = \sqrt{20} = 4,47\ (cm)$

- $BC^2 = OB^2 + OC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

$\Rightarrow BC = \sqrt{8} = 2,83\ (cm)$

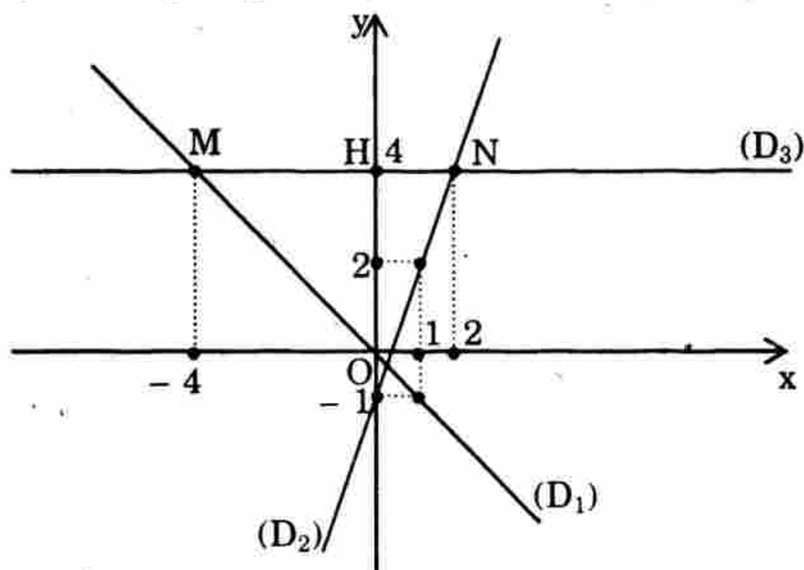
$\Rightarrow CV_{ABC} = AB + AC + BC = 6 + 4,47 + 2,83 = 13,3\ (cm)$

C. Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.OC = \frac{1}{2}.6.2 = 6\ (cm^2)$

20. (C) $(D_1) : y = -x$ đi qua gốc tọa độ vạ qua điểm (1 ; – 1)

$(D_2) : y = 2x$ đi qua gốc tọa độ và qua điểm (1 ; 2)

(D_3) : y = 4 song song với trục hoành và cắt trục tung tại H(0 ; 4)



- Tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = -x \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -4 \end{cases}$$

Do đó M(– 4 ; – 4)

- Tọa độ của N là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Do đó N(2 ; 4)

Gọi H là giao điểm của (D_3) và Oy

Ta có MN = HM + HN = 4 + 2 = 6 (cm)

Do đó $S_{OMN} = \frac{1}{2}MN.OH = \frac{1}{2}.6.4 = 12\ (cm^2)$

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

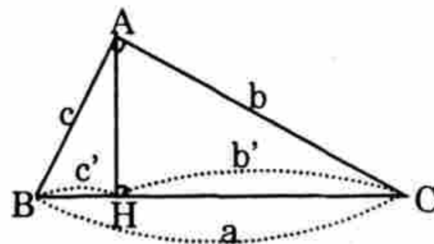
Vấn đề 1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền

Định lí 1

Trong một tam giác vuông, bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và hình chiếu của cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền.



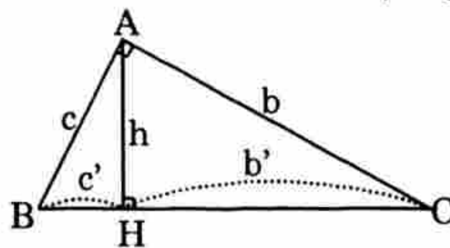
$b^2 = ab'$

$c^2 = ac'$

2 Hệ thức liên quan tới đường cao

Định lí 2

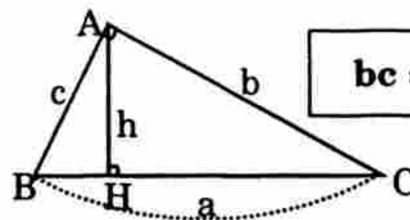
Trong một tam giác vuông, bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tích hai hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền.



$h^2 = b'c'$

✿ **Định lí 3**

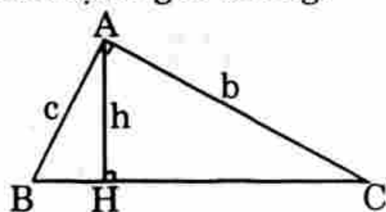
Trong một tam giác vuông, tích hai cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và đường cao tương ứng.



$bc = a.h$

Định lí 4

Trong một tam giác vuông, nghịch đảo của bình phương đường cao tương ứng với cạnh huyền bằng tổng các nghịch đảo của bình phương hai cạnh góc vuông.



$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

B. BÀI TẬP

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. ΔAHB ~ ΔCAB **B.** ΔAHC ~ ΔBAC

C. ΔAHB ~ ΔCHA **D.** A), B), C) đều đúng

2. Cho tam giác MNP vuông tại M, đường cao MH.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $MN^2 = NP.NH$; $MP^2 = NP.PH$

B. $MH^2 = HN.HP$; $MN.MP = NP.MH$

C. $\frac{1}{NH^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MP^2}$

D. A), B) đúng ; C) sai

3. Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH có AB = 9cm AC = 12cm.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. BC = 15cm **B.** AH = 6,2cm **C.** BH = 5,4cm **D.** HC = 9,6cm

4. Cho tam giác OEF vuông tại O đường cao OI. Có IE = 3cm IF = 12cm. Tính OE, OF

A. $OE = 3\sqrt{5}$; $OF = 6\sqrt{5}$cm **B.** $OE = 5\sqrt{3}$; $OF = 3\sqrt{2}$cm

C. $OE = 4\sqrt{2}$; $OF = 6\sqrt{3}$cm **D.** Một kết quả khác

5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AI có AB = 13cm AI = 12cm. Diện tích ΔABC bằng:

A. 90,8cm^2 **B.** 189,5cm^2 **C.** 202,8cm^2 **D.** 220cm^2

6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có $AB = \frac{1}{2}AC = 5cm$. Độ dài của AH bằng:

A. $3\sqrt{3}cm$ **B.** $2\sqrt{5}cm$

C. $5\sqrt{3}cm$ **D.** A), B), C) đều sai

7. Cho tam giác ABC vuông tại A. Cho biết $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ và $BC = 2\sqrt{13}cm$. Độ dài đường cao AH của ΔABC bằng: $(\sqrt{13} \approx 3,6)$

A. 2,5cm **B.** 2,8cm **C.** 3,1cm **D.** 3,3cm

8. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 18cm, AC = 24cm. Các đường phân giác trong và ngoài của góc B cắt đường thẳng AC lần lượt tại M và N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng:

A. 45cm **B.** 47cm **C.** 50cm **D.** 54cm

9. Cho tam giác MON vuông tại O, đường phân giác của góc O cắt cạnh huyền MN thành hai đoạn $6\frac{3}{7}cm$ và $8\frac{4}{7}cm$. Diện tích của ΔMON bằng:

A. $42cm^2$ **B.** $48cm^2$ **C.** $54cm^2$ **D.** $108cm^2$

10. Cho tam giác ABC có ba cạnh tỉ lệ với 3, 4, 5 và chu vi của tam giác đó là 48cm. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

A. Tam giác cân **B.** Tam giác vuông

C. Tam giác vuông cân **D.** Tam giác đều

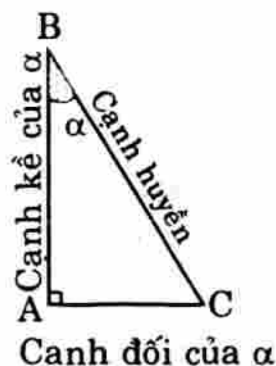
ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	D	B	A	C	B	D	A	C	B

Vấn đề 2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn



Tam giác ABC vuông tại A
$\widehat{B} = \alpha$ là góc nhọn
AC là cạnh đối của góc α
AB là cạnh kề của góc α

Định nghĩa

Các tỉ số lượng giác của góc nhọn α	Công thức
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là sin của góc α.	$\sin\alpha = \dfrac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cosin của góc α.	$\cos\alpha = \dfrac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tang của góc α.	$\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là cotang của góc α.	$\mathrm{cotg}\alpha = \dfrac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$ $\left(\mathrm{cot\,g}\alpha = \dfrac{1}{\mathrm{tg}\alpha}\right)$

2 Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Định lí Nếu hai góc phụ nhau thì
- sin góc này bằng cosin góc kia
- tang góc này bằng cotang góc kia

Cụ thể, nếu $\alpha + \beta = 90^0$ *thì*
- $\sin\alpha = \cos\beta \quad \sin\beta = \cos\alpha$
- $\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{cotg}\beta \quad \mathrm{tg}\beta = \mathrm{cotg}\alpha$

3 **Tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt**

α	30^0	45^0	60^0
sin α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg α	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
cotg α	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. BÀI TẬP

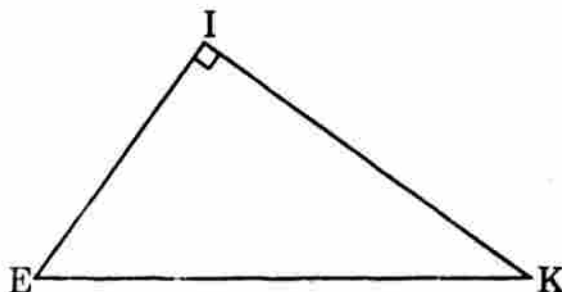
1. Với hình vẽ đã cho. Hãy điền vào chỗ trống để được câu đúng :

A. $\sin E = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

B. $\cos E = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

C. $tgE = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

D. $\cot gE = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$



2. Cho tam giác OPQ có OP = 7,2cm, OQ = 9,6cm và PQ = 12cm. Tính số đo các góc của ΔOPQ. (Làm tròn kết quả đến độ)

A. $\widehat{O} = 60^o, \widehat{P} = 50^o, \widehat{Q} = 70^o$ **B.** $\widehat{O} = 70^o, \widehat{P} = 50^o, \widehat{Q} = 60^o$

C. $\widehat{O} = 90^o, \widehat{P} = 53^o, \widehat{Q} = 37^o$ **D.** Một kết quả khác

3. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^o, \widehat{C} = 45^o$ và AB = 10cm. Tính chu vi ΔABC. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. 35,9cm **B.** 38,1cm **C.** 42,5cm **D.** 48,3cm

4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $\cos B = \frac{4}{5}$. Hãy tính các tỉ lượng giác của góc C.

A. $\sin C = \frac{4}{5}, \cos C = \frac{2}{3}, tgC = \frac{4}{3}, \cot gC = \frac{3}{4}$

B. $\sin C = \frac{4}{5}$, $\cos C = \frac{3}{5}$, $tgC = \frac{4}{3}$, $\cot gC = \frac{3}{4}$

C. $\sin C = \frac{5}{4}$, $\cos C = \frac{3}{4}$, $tgC = \frac{3}{5}$, $\cot gC = \frac{5}{3}$

D. A), B), C) đều sai

5. Với góc nhọn α tùy ý. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ **B.** $cotg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

C. $tg\alpha.cotg\alpha = 2$ **D.** $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

6. Xét bài toán: "Dựng góc nhọn α, biết $\sin\alpha = \frac{3}{5}$". Hãy sắp xếp một cách hợp lí các câu sau để được lời giải của bài toán đã cho.

a) Dựng cung tròn (A ; 5đvdt), cung này cắt Oy tại B

b) Dựng góc vuông xOy và một đoạn thẳng làm đơn vị độ dài (đvdt)

c) Trên Ox vẽ điểm A sao cho OA = 3đvdt

d) $\widehat{OBA}$ là góc α cần dựng

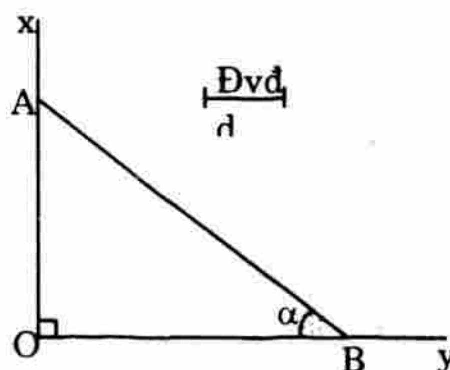
Sắp xếp nào sau đây hợp lí ?

A. c) ; b) ; d) ; a)

B. b) ; c) ; a) ; d)

C. a) ; c) ; b) ; d)

D. d) ; a) ; c) ; b)



7. Hãy nối hai trong các câu sau đây để được đẳng thức đúng :

1) $\sin 38^\circ$	5) $\sin 21^\circ 20'$
2) $tg 41^\circ 31'$	6) $tg 33^\circ 42'$
3) $\cos 68^\circ 40'$	7) $\cos 52^\circ$
4) $cotg 56^\circ 18'$	8) $cotg 38^\circ 30'$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. 1) → 7) ; 2) → 4) ; 3) → 5) ; 4) → 8)

B. 1) → 7) ; 2) → 5) ; 3) → 6) ; 4) → 8)

C. 1) → 7) ; 2) → 6) ; 3) → 8) ; 4) → 5)

D. 1) → 7) ; 2) → 8) ; 3) → 5) ; 4) → 6)

8. Rút gọn $P = \cos^2\alpha + \cos^2\alpha.cotg^2\alpha$ $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$

A. $P = cotg^2\alpha$ **B.** $P = 1 + cotg\alpha$

C. $P = 1 - cotg\alpha$ **D.** A), B), C) đều sai

9. Rút gọn $Q = \sin^2\alpha + \sin^2\alpha.tg^2\alpha$ $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$

A. $Q = 1 + tg\alpha$ **B.** $Q = 1 - tg\alpha$ **C.** $Q = tg^2\alpha$ **D.** $Q = \dfrac{1}{tg^2\alpha}$

10. Rút gọn $M = \dfrac{2\cos^2\alpha - 1}{\sin\alpha + \cos\alpha}$ $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$

A. $M = \sin\alpha.\cos\alpha$ **B.** $M = \cos\alpha - \sin\alpha$

C. $M = \cos\alpha + \sin\alpha$ **D.** Một kết quả khác

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	C	A	B	C	B	D	A	C	B

Vấn đề 3. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

✿ **Các hệ thức :**

Hình	Hệ thức
Tam giác ABC vuông tại A (cạnh a = BC, b = AC, c = AB)	$b = \mathbf{a}.\sin B = \mathbf{a}.\cos C$ $c = \mathbf{a}.\sin C = \mathbf{a}.\cos B$
	$b = \mathbf{c}.tgB = \mathbf{c}.cotgC$ $c = \mathbf{b}.tgC = \mathbf{b}.cotgB$

✿ **Áp dụng "GIẢI TAM GIÁC VUÔNG"**

Trong một tam giác vuông, nếu biết trước hai yếu tố (trong đó có ít nhất một yếu tố về cạnh và không kể góc vuông) thì ta sẽ tìm được tất cả các yếu tố còn lại của tam giác vuông đó.

Bài toán này gọi là bài toán "giải tam giác vuông".

B. BÀI TẬP

1. Giải tam giác ABC vuông tại A. Cho biết AB = 14cm, $\hat{C} = 30^\circ$

A. AC = 15cm ; BC = 26cm ; $\hat{B} = 60^0$

B. AC = $12\sqrt{3}$cm ; BC = $14\sqrt{3}$cm ; $\hat{B} = 60^0$

C. AC = $14\sqrt{3}$cm ; BC = 28cm ; $\hat{B} = 60^0$

D. AC = $\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$cm ; BC = 14cm ; $\hat{B} = 60^0$

2. Giải tam giác ABC vuông tại B. Cho biết $\widehat{A} = 52^0$, AC = 15cm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. $\widehat{C} = 38^o$, AB = 8,4cm, BC = 10,5cm

B. $\widehat{C} = 38^o$, AB = 9,2cm, BC = 11,8cm

C. $\widehat{C} = 38^o$, AB = 9,8cm, BC = 12,4cm

D. Một kết quả khác

3. Giải tam giác ABC vuông tại A. Cho biết $AB = 7\sqrt{2}$cm, AC = 11cm. (Cạnh làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, góc làm tròn đến độ ; $\sqrt{2} = 1,41$)

A. $\widehat{B} = 48^o$; $\widehat{C} = 42^o$; BC = 14,80cm

B. $\widehat{B} = 51^o$; $\widehat{C} = 39^o$; BC = 15,10cm

C. $\widehat{B} = 53^o$; $\widehat{C} = 37^o$; BC = 16,09cm

D. A), B), C) đều sai

4. Cho tam giác MNP có $\widehat{N} = 70^o$, $\widehat{P} = 38^o$ đường cao MI = 8cm. Diện tích ΔMNP bằng : (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

A. 42,65cm^2 **B.** 48,08cm^2 **C.** 51,54cm^2 **D.** 52,68cm^2

5. Cho tam giác ABC có AB = 12cm, AC = 16cm, BC = 20cm. Tính các góc của ΔABC. (Làm tròn đến độ)

A. $\widehat{A} = 80^o$; $\widehat{B} = 62^o$; $\widehat{C} = 38^o$ **B.** $\widehat{A} = 90^o$; $\widehat{B} = 53^o$; $\widehat{C} = 37^o$

C. $\widehat{A} = 90^o$; $\widehat{B} = 58^o$; $\widehat{C} = 32^o$ **D.** Một kết quả khác

6. Cho hình thang ABCD sao cho AB = AD = 10cm, BC = 14cm, $\widehat{A} = 120^o$, BC vuông góc với đường chéo BD. Chu vi của ABCD bằng :

A. 48cm **B.** 54cm **C.** 62cm **D.** 68cm

7. Hình vẽ cho biết :

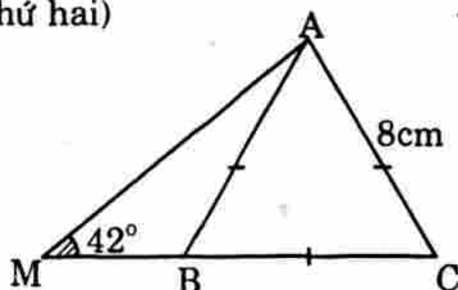
ΔABC là tam giác đều cạnh 8cm và $\widehat{AMB} = 42^o$. Tính AM. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

A. AM = 10,34cm

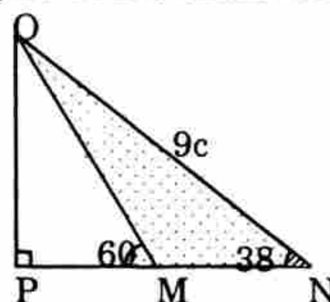
B. AM = 10,83cm

C. AM = 11,05cm

D. AM = 12,43cm



8. Với hình vẽ đã cho. Tính diện tích tam giác OMN. (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)



A. $S_{OMN} = 7cm^2$

B. $S_{OMN} = 8cm^2$

C. $S_{OMN} = 9cm^2$

D. $S_{OMN} = 11cm^2$

9. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 30^0$, đường trung tuyến BM. Tính góc CBM. (Làm tròn kết quả đến độ)

A. 45^0 **B.** 51^0 **C.** 58^0 **D.** 60^0

10. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = c, AC = b, BC = a. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Tính $tg\frac{B}{2}$

A. $tg\frac{B}{2} = \frac{a+c}{b-c}$ **B.** $tg\frac{B}{2} = \frac{b}{a-c}$

C. $tg\frac{B}{2} = \frac{b}{a+c}$ **D.** A), B), C) đều sai

ĐÁP ÁN

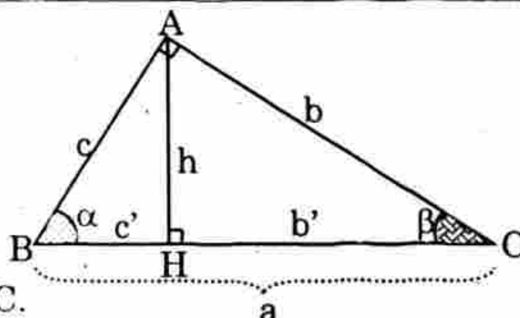
Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	B	A	D	B	C	A	D	B	C

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Tam giác ABC vuông tại A.

- BC = a, CA = b, AB = c
- Đường cao AH = h
- BH = c' là hình chiếu của AB trên BC.
- CH = b' là hình chiếu của CA trên BC.
- $\widehat{B} = \alpha$, $\widehat{C} = \beta$



1) Hệ thức lượng trong tam giác vuông

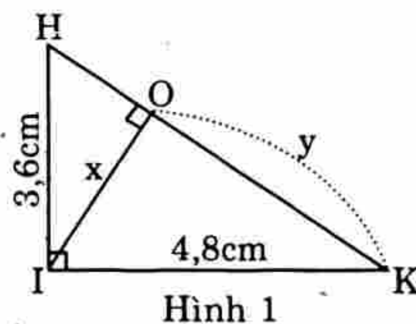
$b^2 = ab'$	$h^2 = b'c'$
$c^2 = ac'$	$ah = bc$
$a^2 = b^2 + c^2$	$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

2) Tỉ số lượng giác của góc nhọn

Định nghĩa	
$\sin\alpha = \frac{b}{a}\ \frac{(\text{đối})}{(\text{huyền})}$	$\text{tg}\alpha = \frac{b}{c}\ \frac{(\text{đối})}{(\text{kề})}$
$\cos\alpha = \frac{c}{a}\ \frac{(\text{kề})}{(\text{huyền})}$	$\text{cotg}\alpha = \frac{c}{b}\ \frac{(\text{kề})}{(\text{đối})}$
Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau $\alpha + \beta = 90^0$	
$\sin\alpha = \cos\beta$	$\cos\alpha = \sin\beta$
$\text{tg}\,\alpha = \text{cotg}\beta$	$\text{cotg}\alpha = \text{tg}\beta$
Các hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông	
$B = a.\sin\alpha = a.\cos\beta$	
$C = a.\sin\beta = a.\cos\alpha$	
$B = c.\text{tg}\alpha = c.\text{cotg}\beta$	
$C = b.\text{tg}\beta = b.\text{cotg}\alpha$	

B. BÀI TẬP

1. Cho hình 1. Độ dài x, y bằng:



Hình 1

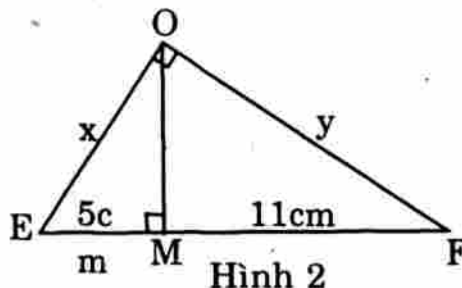
A. x = 1,58cm ; y = 2,76cm

B. x = 2,88cm ; y = 3,84cm

C. x = 3,1cm ; y = 4,24cm

D. x = 3,1cm ; y = 3,84cm

2. Cho hình 2. Độ dài x, y bằng:



Hình 2

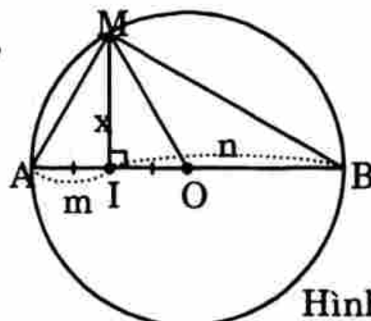
A. $x = 4\sqrt{2}$cm ; $y = 5\sqrt{11}$cm

B. $x = 3\sqrt{3}$cm ; $y = 4\sqrt{3}$cm

C. $x = 4\sqrt{5}$cm ; $y = 4\sqrt{11}$cm

D. $x = 4\sqrt{11}$cm ; $y = 5\sqrt{5}$cm

3. Cho hình 3. Khẳng định nào sau đây sai?



Hình 3

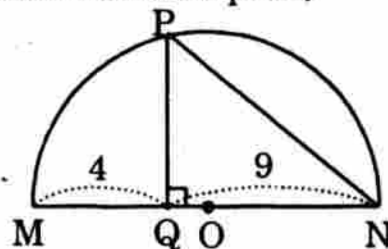
A. ΔAMB vuông tại M

B. ΔOAM là tam giác đều

C. $x = \sqrt{m.n}$

D. A), B) đúng ; C) sai

4. Cho hình 4. Số đo góc PNQ bằng : (Kết quả làm tròn đến phút)



Hình 4

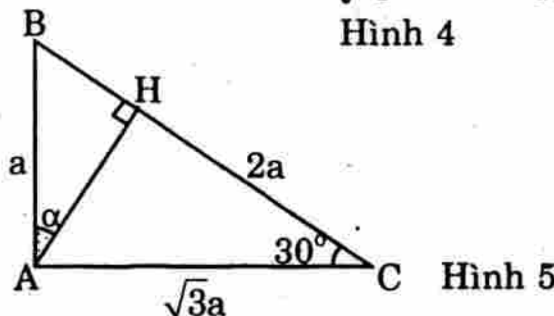
A. $30^\circ 52'$

B. $32^\circ 32'$

C. $33^\circ 41'$

D. 35°

5. Cho hình 5. Cosα bằng :



Hình 5

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$

6. Cho $\sin\alpha = \frac{3}{4}$ $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Không dùng bảng cũng như máy tính bỏ túi hãy tính cosα.

A. $\cos\alpha = \frac{1}{4}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ **D.** Một kết quả khác

7. Với góc nhọn α tùy ý. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $(1 - \cos\alpha)(1 + \cos\alpha) = \sin^2\alpha$

B. $1 + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha$

C. $\sin\alpha - \sin\alpha\cos^2\alpha = \sin^3\alpha$

D. $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 1$

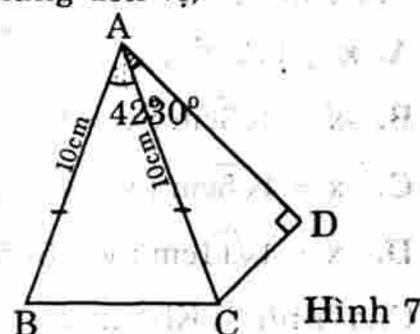
8. Hình 7 cho biết : $\widehat{BAC} = 42^\circ$, $\widehat{CAD} = 30^\circ$, AB = AC = 10cm. Tính diện tích tứ giác ABCD. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A. $S_{ABCD} = 48cm^2$

B. $S_{ABCD} = 50cm^2$

C. $S_{ABCD} = 51cm^2$

D. $S_{ABCD} = 55cm^2$



Hình 7

9. Hình 8 cho biết :

ABCD : Hình thang (AB // CD)

AB = AD = 6cm

$\widehat{ADH} = 70^\circ$, $\widehat{CBK} = 45^\circ$

Tính độ dài cạnh CD.

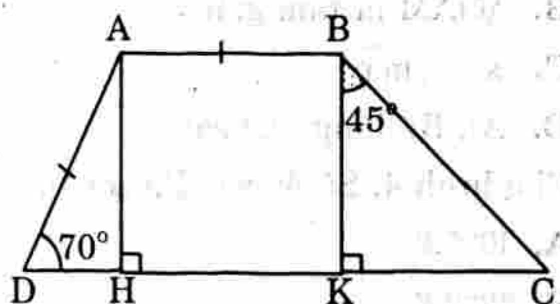
(Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. CD = 13,7cm

B. CD = 14,2cm

C. CD = 14,5cm

D. CD = 15,7cm



Hình 8

10. Cho tam giác ABC cân tại A có BC = 12cm và diện tích bằng $24cm^2$. Góc BAC có số đo là :

A. $110^\circ25'$

B. $108^\circ42'$

C. $112^\circ36'$

D. A), B), C) đều sai

11. Hình 9 cho biết :

Cột cờ dựng vuông góc với mặt đất.

Bóng của cột cờ chiếu bởi ánh sáng mặt trời dài 15m.

Góc nhìn mặt trời là 42°

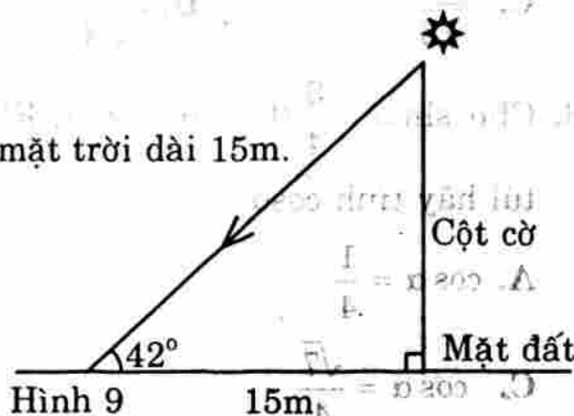
Tìm chiều dài của cột cờ

A. 13m

B. 14m

C. 15m

D. Kết quả khác



Hình 9

12. Từ đỉnh của một tháp chuông cao 26m (hình 10) người ta nhìn thấy một tảng đá dưới góc 30° so với đường nằm ngang qua chân tháp.

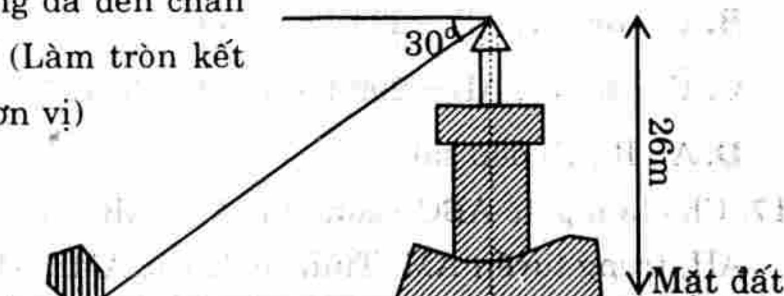
Hỏi khoảng cách từ tảng đá đến chân tháp bằng bao nhiêu ? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

A. 38m

B. 40m

C. 41m

D. 45m



Hình 10

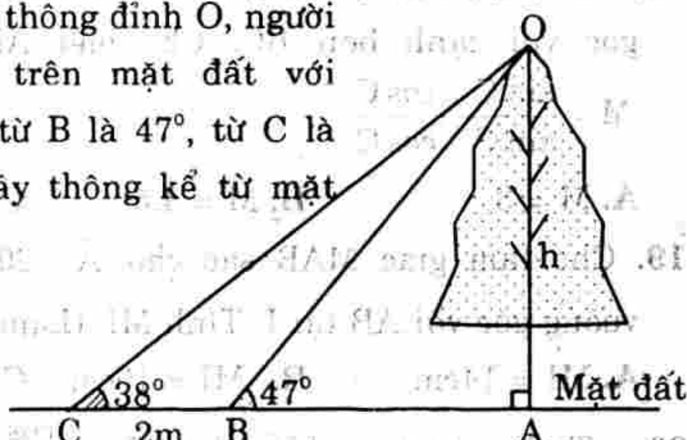
13. Để đo chiều cao của một cây thông đỉnh O, người ta lấy hai điểm B và C trên mặt đất với BC = 2m. Góc nhìn đỉnh O từ B là 47°, từ C là 38°. Tính chiều cao h của cây thông kể từ mặt đất.

A. 4m

B. 5m

C. 6m

D. A), B), C) đều sai



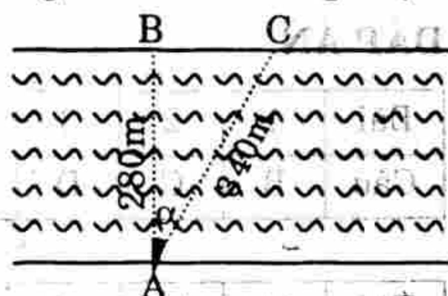
Hình 11

14. Một khúc sông rộng khoảng 280m. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng 340m mới sang được bờ sông kia.

Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò đi một góc bằng bao nhiêu độ? (Xem hình vẽ)

A. 35° **B.** 38°

C. 42° **D.** 44°



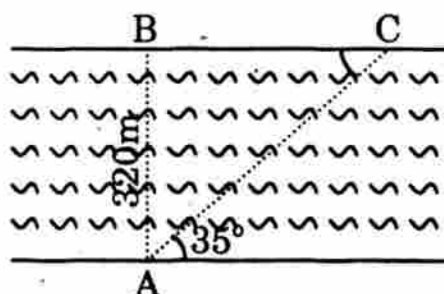
15. Một khúc sông rộng khoảng 320m. Một con thuyền di chuyển vượt qua khúc sông nước chảy mạnh mất 8 phút. Tính vận tốc của con thuyền, biết rằng đường đi của con thuyền tạo với bờ một góc 35°. (Xem hình vẽ)

A. 3km/h

B. 4km/h

C. 5km/h

D. Một kết quả khác



16. Giải tam giác ABC vuông tại A. Cho biết : AC = 410cm, $\widehat{B} = 54^\circ 17'$

A. $\widehat{C} = 35^\circ 43'$, AB = 196,54cm, BC = 405,93cm

B. $\widehat{C} = 35^\circ 43'$, AB = 294,96cm, BC = 504,93cm

C. $\widehat{C} = 35^\circ 43'$, AB = 299,93cm, BC = 506,87cm

D. A), B), C) đều sai

17. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 15cm, AC = 20cm. Đường cao AH, trung tuyến AM. Tính số đo góc AMH. (Làm tròn kết quả đến độ)

A. 50^0 **B.** 54^0 **C.** 60^0 **D.** 74^0

18. Cho hình thang cân ABCD (AB // CD) sao cho đường chéo BD vuông góc với cạnh bên BC. Cho biết AD = 12cm, BD = 16cm. Tính $M = \dfrac{\sin C + \cos C}{\sin C - \cos C}$

A. M = 3 **B.** M = 4,5 **C.** M = 7 **D.** M = 8,3

19. Cho tam giác MAB sao cho $\widehat{A} = 30^\circ$, $\widehat{B} = 40^\circ$, AB = 50cm. Vẽ MI vuông góc với AB tại I. Tính MI. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A. MI = 14cm **B.** MI = 16cm **C.** MI = 17cm **D.** MI = 21cm

20. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{\cos\alpha}{1 + \sin\alpha} + tg\alpha$. Cho biết $\cos\alpha = \dfrac{3}{4}$

A. $P = \dfrac{2}{3}$ **B.** $P = \dfrac{4}{3}$ **C.** $P = \dfrac{3}{5}$ **D.** $P = \dfrac{4}{5}$

ĐÁP ÁN

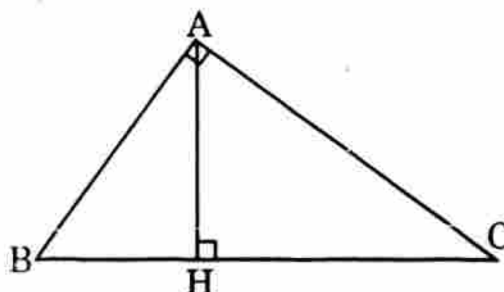
Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	B	C	D	C	A	C	B	D	A	C

Bài	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Câu	B	D	C	A	B	B	D	C	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

1. (D) Nhắc lại: Nếu hai tam giác vuông có một góc nhọn bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng



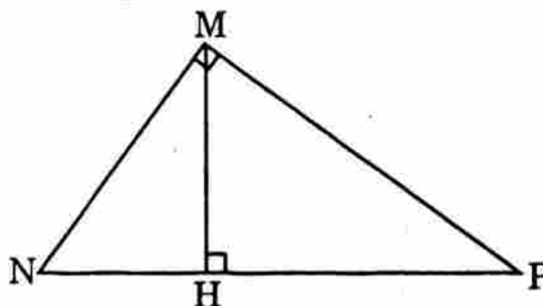
A. $\Delta AHB \sim \Delta CAB$ (vì $\widehat{H} = \widehat{A} = 90^o$ và $\widehat{B}$ chung)

B. $\Delta AHC \sim \Delta BAC$ (vì $\widehat{H} = \widehat{A} = 90^o$ và $\widehat{C}$ chung)

C. $\Delta AHB \sim \Delta CHA$ ($\sim \Delta CAB$)

2. (D) ΔMNP vuông tại M, đường cao MH :

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có :



A. • $MN^2 = NP.NH$

• $MP^2 = NP.PH$

B. • $MH^2 = HN.HP$

• $MN.MP = NP.MH$

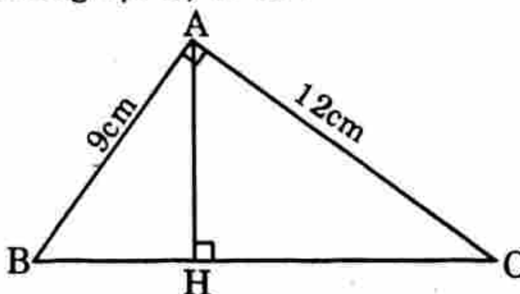
C. $\dfrac{1}{MH^2} = \dfrac{1}{MN^2} + \dfrac{1}{MP^2}$

3. (B)

A. Áp dụng định lý Pytago vào ΔABC vuông tại A, ta có :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

$\Rightarrow BC = \sqrt{225} = 15$ (cm)



B. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có :

$AB.AC = AH.BC$ hay $9.12 = AH.15$

$\Rightarrow AH = \dfrac{9.12}{15} = 7,2$ (cm)

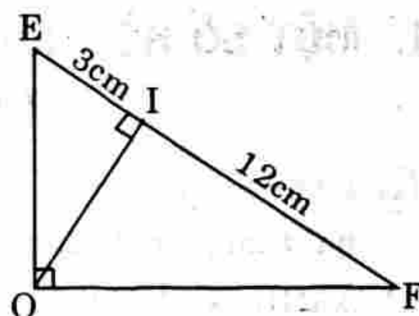
C. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có :

$AB^2 = BC.BH$ hay $9^2 = 15.BH$

$\Rightarrow BH = \dfrac{81}{15} = 5,4$ (cm)

D. Ta có : $HC = BC - BH = 15 - 5,4 = 9,6$ (cm)

4. Ⓐ Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OEF ($\hat{O} = 90^{\circ}$), đường cao OI, ta có :



- $OE^2 = EF.EI$

  $OE^2 = (3 + 12).3 = 45$

  $\Rightarrow OE = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ (cm)
- $OF^2 = EF.FI$

  $OF^2 = (3 + 12).12 = 180$

  $\Rightarrow OF = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ (cm)

  Vậy $OE = 3\sqrt{5}$cm, $OF = 6\sqrt{5}$cm

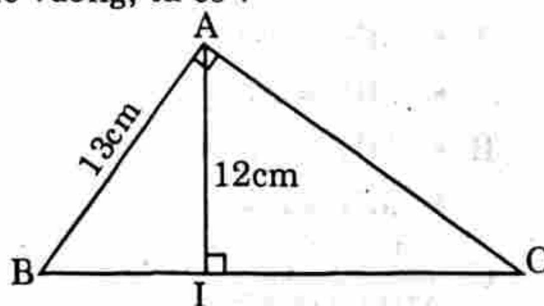
5. Ⓒ Áp dụng định lí Pytago vào ΔABI vuông tại I, ta có :

$AB^2 = AI^2 + BI^2$

$\Rightarrow BI^2 = AB^2 - AI^2 = 13^2 - 12^2 = 25$

$\Rightarrow BI = \sqrt{25} = 5$ (cm)

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có :



$AB^2 = BC.BI$

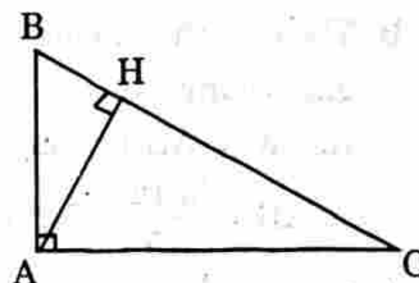
$\Rightarrow BC = \dfrac{AB^2}{BI} = \dfrac{13^2}{5} = 33,8$ (cm)

Do đó $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AI.BC$

$= \dfrac{1}{2}.12.33,8 = 202,8$ (cm^2)

6. Ⓑ Ta có : $AB = \dfrac{1}{2}AC = 5cm \Rightarrow AC = 10cm$

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông ABC, ta có :



$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 10^2 = 125$

$\Rightarrow BC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ (cm)

ΔABC vuông tại A, đường cao AH

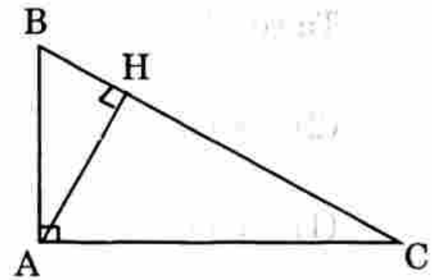
Ta có : AH.BC = AB.AC

$\Rightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{5.10}{5\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$ (cm)

7. Ⓓ Ta có : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{2}{3}$ (1) $\Rightarrow \dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{4}{9}$

$\Rightarrow \dfrac{AB^2}{AB^2 + AC^2} = \dfrac{4}{13}$ (2)

Mà $AB^2 + AC^2 = BC^2 = (2\sqrt{13})^2 = 52$



(2) $\Rightarrow \dfrac{AB^2}{52} = \dfrac{4}{13}$

$\Rightarrow AB^2 = \dfrac{4.52}{13} = 16$

$\Rightarrow AB = \sqrt{16} = 4$ (cm)

(1) $\Rightarrow \dfrac{4}{AC} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow AC = \dfrac{4.3}{2} = 6$ (cm)

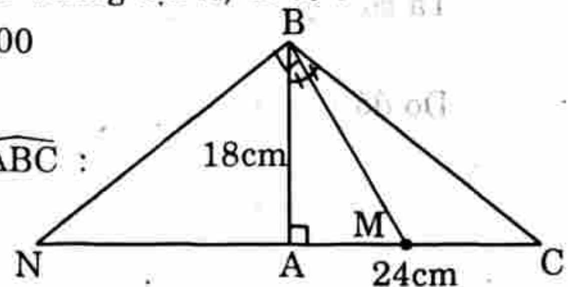
Ta có : $AH.BC = AB.AC \Rightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{4.6}{2\sqrt{13}} = \dfrac{12}{\sqrt{13}} = 3,3$ (cm)

8. Ⓐ

Áp dụng định lí Pytago vào ΔABC vuông tại A, ta có :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 18^2 + 24^2 = 900$

$\Rightarrow BC = \sqrt{900} = 30$ (cm)



Do BM là đường phân giác của $\widehat{ABC}$:

$\Rightarrow \dfrac{AM}{MC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{18}{30} = \dfrac{3}{5}$

$\Rightarrow \dfrac{AM}{\underbrace{AM + MC}_{AC}} = \dfrac{3}{3+5}$ hay $\dfrac{AM}{24} = \dfrac{3}{8} \Rightarrow AM = \dfrac{24.3}{8} = 9$ (cm)

Ta có BM và BN là các đường phân giác trong và ngoài của góc B nên $BM \perp BN$

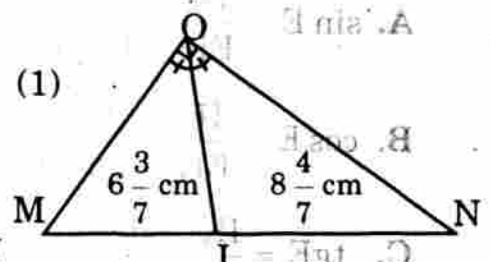
Từ ΔMBN vuông tại B, đường cao BA, ta có:

$BA^2 = AM.AN$ hay $18^2 = 9.AN$

$\Rightarrow AN = \dfrac{18^2}{9} = 36$ (cm) $\Rightarrow MN = AM + AN = 9 + 36 = 45$ (cm)

9. Ⓒ Gọi I là giao điểm của tia phân giác của góc O và cạnh MN.

Ta có : $\dfrac{OM}{ON} = \dfrac{IM}{IN} = \dfrac{6\frac{3}{7}}{8\frac{4}{7}} = \dfrac{45}{60} = \dfrac{3}{4}$ (1)



$\Rightarrow \dfrac{OM^2}{ON^2} = \dfrac{9}{16} \Rightarrow \dfrac{OM^2}{\underbrace{OM^2 + ON^2}_{MN^2}} = \dfrac{9}{\underbrace{9 + 16}_{25}}$

$\Rightarrow \dfrac{OM}{MN} = \dfrac{3}{5}$ (2)

Ta có : MN = MI + IN = $6\frac{3}{7} + 8\frac{4}{7} = 15$ (cm)

(2) $\Rightarrow$ OM = $\frac{3.MN}{5} = \frac{3.15}{5} = 9$ (cm)

(1) $\Rightarrow$ ON = $\frac{4.OM}{3} = \frac{4.9}{3} = 12$ (cm)

Do đó : $S_{OMN} = \frac{1}{2}OM.ON = \frac{1}{2}.9.12 = 54$ (cm^2)

10. (B) Gọi a(cm), b(cm), c(cm) là độ dài ba cạnh của ΔABC.

Theo đề bài ta có : $\begin{cases} \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \\ a + b + c = 48cm \end{cases}$

Ta có : $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{3+4+5} = \frac{48}{12} = 4$

Do đó :
- $\frac{a}{3} = 4 \Rightarrow a = 12$ (cm)
- $\frac{b}{4} = 4 \Rightarrow b = 16$ (cm)
- $\frac{c}{5} = 4 \Rightarrow c = 20$ (cm)

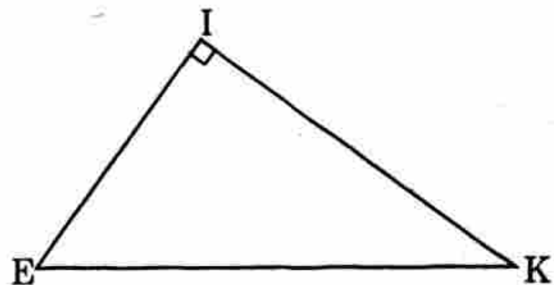
Ta có : $\begin{cases} a^2 + b^2 = 12^2 + 16^2 = 400 & (1) \\ c^2 = 20^2 = 400 & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$

Theo định lý Pytago đảo ta có ΔABC là tam giác vuông

2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

1. Từ ΔIEK vuông tại I, ta có :



A. $\sin E = \frac{IK}{EK}$ $\left(\frac{\text{đối}}{\text{huyền}}\right)$

B. $\cos E = \frac{IE}{EK}$ $\left(\frac{\text{kề}}{\text{huyền}}\right)$

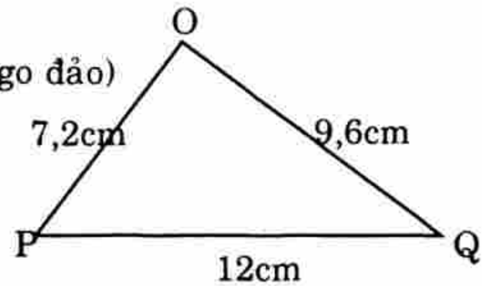
C. $tgE = \frac{IK}{IE}$ $\left(\frac{\text{đối}}{\text{kề}}\right)$

D. $\cot gE = \frac{IE}{IK}$ $\left(\frac{\text{kề}}{\text{đối}}\right)$

2. Ⓒ Ta có : $\begin{cases} OP^2 + OQ^2 = (7,2)^2 + (9,6)^2 = 144 & (1) \\ PQ = 12^2 = 144 & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow OP^2 + OQ^2 = PQ^2$

$\Rightarrow \Delta OPQ$ vuông tại O (theo định lý Pytago đảo)



$\Rightarrow \text{Sin}P = \dfrac{9,6}{12} = 0,8 \Rightarrow \widehat{P} = 53^o$

$\Rightarrow \widehat{Q} = 90^o - \widehat{P} = 90^o - 53^o = 37^o$

Vậy $\widehat{O} = 90^o, \widehat{P} = 53^o, \widehat{Q} = 37^o$

3. Ⓐ Vẽ AH vuông góc với BC tại H

Từ ΔAHB vuông tại H, ta có :

- $\sin B = \dfrac{AH}{AB}$ hay $\sin 60^o = \dfrac{AH}{10}$

$\Rightarrow AH = 10.\sin 60^o = 10.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ (cm)

- $\cos B = \dfrac{BH}{AB}$ hay $\cos 60^o = \dfrac{BH}{10} \Rightarrow BH = 10.\cos 60^o = 10.\dfrac{1}{2} = 5\text{cm}$

ΔAHC có $\widehat{H} = 90^o, \widehat{C} = 45^o$

$\Rightarrow \Delta AHC$ vuông cân tại H $\Rightarrow AH = HC = 5\sqrt{3}$ cm

Ta có : $BC = BH + HC = 5 + 5\sqrt{3} = 5 + 5.1,73 = 13,65$ (cm)

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông AHC, ta có :

$AC^2 = AH^2 + HC^2 = (5\sqrt{3})^2 + (5\sqrt{3})^2 = 150 \Rightarrow AC = \sqrt{150} \approx 12,25\text{cm}$

Do đó: $CV_{ABC} = AB + AC + BC = 10 + 12,25 + 13,65 = 35,9$ (cm)

4. Ⓑ ΔABC vuông tại A $\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^o$

Do đó: $\sin C = \cos B = \dfrac{4}{5}$

Ta có: $\sin^2 C + \cos^2 C = 1$

$\Rightarrow \cos^2 C = 1 - \sin^2 C = 1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25} \Rightarrow \cos C = \dfrac{3}{5}$

Ta có : $\text{tg}C = \dfrac{\sin C}{\cos C} = \dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \dfrac{4}{3} \Rightarrow \text{cotg}C = \dfrac{\cos C}{\sin C} = \dfrac{3}{4}$

Vậy $\sin C = \dfrac{4}{5}$; $\cos C = \dfrac{3}{5}$; $\text{tg}C = \dfrac{4}{3}$; $\cot gC = \dfrac{3}{4}$

5. Ⓒ Ta có: $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ và $cotg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow tg\alpha.cotg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1$

6. Ⓑ

b) Dựng góc vuông xOy và một đoạn thẳng làm đơn vị độ dài (đvdt)

c) Trên Ox vẽ điểm A sao cho OA = 3đvdt

a) Dựng cung tròn (A ; 5đvdt), cung này cắt Oy tại B

d) $\widehat{OBA}$ là góc α cần dựng

7. Ⓓ

1) $\sin 38^\circ$	5) $\sin 21^\circ 20'$
2) $tg 41^\circ 30'$	6) $tg 33^\circ 42'$
3) $\cos 68^\circ 40'$	7) $\cos 52^\circ$
4) $cotg 56^\circ 18'$	8) $cotg 38^\circ 30'$

* Giải thích :

Ta có :
- $38^\circ + 52^\circ = 90^\circ \Rightarrow \sin 38^\circ = \cos 52^\circ$
- $41^\circ 30' + 38^\circ 30' = 90^\circ \Rightarrow tg 41^\circ 30' = cotg 38^\circ 30'$
- $68^\circ 40' + 21^\circ 20' = 90^\circ \Rightarrow \cos 68^\circ 40' = \sin 21^\circ 20'$
- $56^\circ 18' + 33^\circ 42' = 90^\circ \Rightarrow cotg 56^\circ 18' = tg 33^\circ 42'$

- **Nhắc lại :** Nếu hai góc phụ nhau thì :

– Sin góc này bằng cosin góc kia

– Tang góc này bằng cotang góc kia

8. Ⓐ Ta có: $P = \cos^2\alpha + \cos^2\alpha.\ cotg^2\alpha = \cos^2\alpha(1 + cotg^2\alpha)$ (*)

mà $cotg^2\alpha = \dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$

$$(*) \Rightarrow P = \cos^2\alpha\left(1 + \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}\right) = \cos^2\alpha\left(\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}\right)$$

$$= \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} \text{ (vì } \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1) = cotg^2\alpha$$

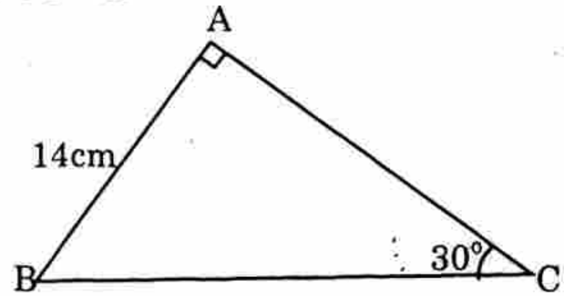
9. Ⓒ Ta có: $Q = \sin^2\alpha + \sin^2\alpha.\ tg^2\alpha = \sin^2\alpha(1 + tg^2\alpha)$

$$= \sin^2\alpha\left(1 + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right) = \sin^2\alpha\left(\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right) = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha$$

10. Ⓑ Ta có: $M = \dfrac{2\cos^2\alpha - 1}{\sin\alpha + \cos\alpha} = \dfrac{2\cos^2\alpha - (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}{\sin\alpha + \cos\alpha}$

$$= \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} = \frac{(\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)}{\sin\alpha + \cos\alpha} = \cos\alpha - \sin\alpha$$

3. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG



1. Ⓒ Tính $\widehat{B}$, AC và BC :

ΔABC vuông tại A, ta có :

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$

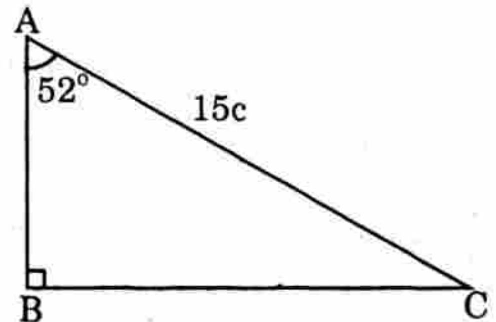
$\Rightarrow \widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

- $AC = AB.tgB = 14.tg60^\circ$

$\Rightarrow AC = 14\sqrt{3}$ (cm)

- $\cos B = \dfrac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \dfrac{AB}{\cos B} = \dfrac{14}{\cos 60^\circ} = \dfrac{14}{\frac{1}{2}} = 28$ (cm)

Vậy $\widehat{B} = 60^\circ$; $AC = 14\sqrt{3}$cm ; BC = 28cm



2. Ⓑ Tính $\widehat{C}$, AB, BC :

ΔABC vuông tại B, ta có:

- $\widehat{A} + \widehat{C} = 90^\circ$

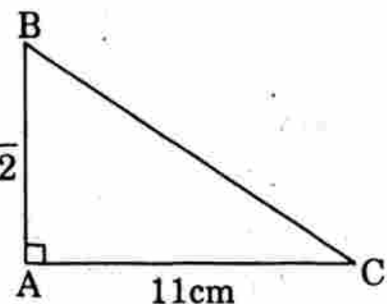
$\Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{A} = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$

- $AB = AC.\sin C = 15.\sin 38^\circ$

$= 15.0{,}61566 \approx 9{,}2$cm

- $BC = AC.\sin A = 15.\sin 52^\circ = 15.0{,}788 = 11{,}8$ (cm)

Vậy $\widehat{C} = 38^\circ$, AB = 9,2cm, BC = 11,8cm



3. Ⓐ Tính $\widehat{B}, \widehat{C}$ và BC :

ΔABC vuông tại A, ta có:

$tgB = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{11}{7\sqrt{2}} = 1{,}1145 \Rightarrow \widehat{B} = 48^\circ$

Ta có : $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$

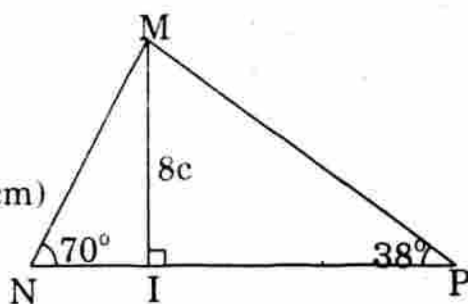
Áp dụng định lý Pytago vào ΔABC, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (7\sqrt{2})^2 + 11^2 = 219 \Rightarrow BC = \sqrt{219} \approx 14{,}80$ (cm)

Vậy $\widehat{B} = 48^\circ$, $\widehat{C} = 42^\circ$, BC = 14,80cm

4. Ⓓ ΔMIN vuông tại I, ta có:

- $NI = MI.cotgN = 8.cotg70^\circ = 8.\dfrac{1}{tg70^\circ} = 8.\dfrac{1}{2{,}75} = 2{,}91$ (cm)

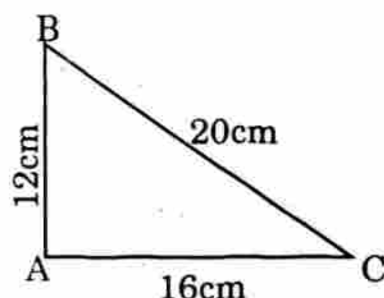


- $PI = MI.\text{cotg}P = 8.\text{cotg}38^\circ$

$= 8.\dfrac{1}{\text{tg}38^\circ} = 8.\dfrac{1}{0,78} = 10,26$ (cm)

$\Rightarrow NP = NI + IP = 2,91 + 10,26 = 13,17$ (cm)

$\Rightarrow S_{MNP} = \dfrac{1}{2}.8.13,17 = 52,68$ (cm^2)



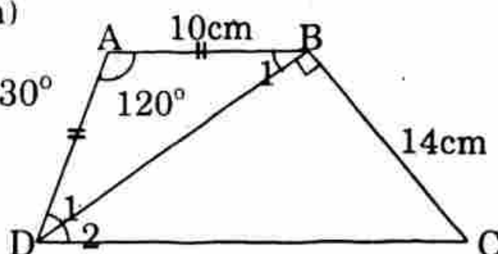
5. (B) Ta có: $\begin{cases} AB^2 + AC^2 = 12^2 + 16^2 = 400 & (1) \\ BC^2 = 20^2 = 400 & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

$\Rightarrow \sin B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow \widehat{B} = 53^\circ$

Ta có: $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$. Vậy $\widehat{A} = 90^\circ, \widehat{B} = 53^\circ, \widehat{C} = 37^\circ$



6. (C) ΔABD cân tại A (vì AB = AD = 10cm)

$\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{D_1} = \dfrac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = \dfrac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

$\Rightarrow \widehat{D_2} = \widehat{B_1} = 30^\circ$ (so le trong)

ΔBCD vuông tại B, ta có:

$\sin D_2 = \dfrac{BC}{CD} \Rightarrow CD = \dfrac{BC}{\sin D_2} = \dfrac{14}{\sin 30^\circ} = \dfrac{14}{\frac{1}{2}} = 28$ (cm)

Do đó $CV_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$

$= 10 + 14 + 28 + 10 = 62$ (cm)

7. (A). Vẽ đường cao của tam giác ABC

Do ABC là tam giác đều nên AH cũng là đường trung tuyến. Suy ra : HB = HC = 4cm

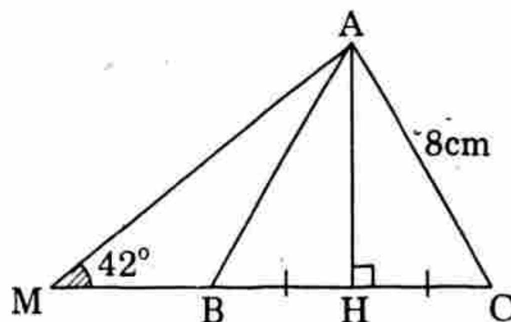
Từ ΔABH vuông tại H, ta có :

$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 8^2 - 4^2 = 48$

$\Rightarrow AH = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ (cm)

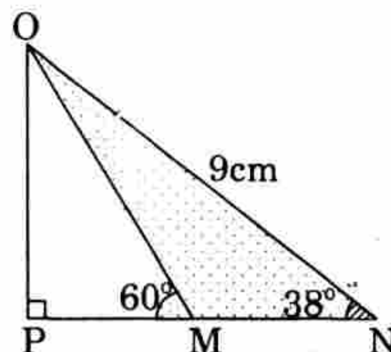
Từ ΔAHM vuông tại H, ta có:

$\sin M = \dfrac{AH}{AM}$



$\Rightarrow AM = \dfrac{AH}{\sin M} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sin 42^\circ} = \dfrac{6,928}{0,669} \approx 10,34$ (cm) ($\sqrt{3} = 1,73$)

8. (D) ΔOPN vuông tại P, ta có :



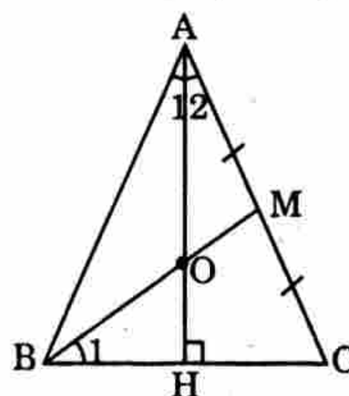
- $OP = ON.\sin N = 9.\sin 38^\circ$
  $= 9.0,616 \approx 5,54$ (cm)
- $NP = ON.\cos N = 9.\cos 38^\circ$
  $= 9.0,788 = 7,09$ (cm)
- ΔOPM vuông tại P, ta có :

$$MP = \frac{OP}{tgM} = \frac{5,54}{tg60^\circ} = \frac{5,54}{\sqrt{3}} = \frac{5,54}{1,73} = 3,2 \text{ (cm)}$$

Ta có: $MN = NP - MP = 7,09 - 3,2 = 3,89$ (cm)

Do đó: $S_{OMN} = \frac{1}{2}OP.MN = \frac{1}{2}.5,54.3,89 = 10,78cm^2 \approx 11cm^2$

9. (B) Vẽ đường cao AH của ΔABC cắt BM tại O. Do ΔABC cân tại A nên AH cũng là trung tuyến đồng thời là đường phân giác của góc A.



$$\Rightarrow \begin{cases} O \text{ là trọng tâm của } \Delta ABC \\ \widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 15^\circ \end{cases}$$

ΔAHB vuông tại H, ta có: $tgA_1 = \frac{BH}{AH}$ (1)

ΔOHB vuông tại H, ta có: $tgB_1 = \frac{OH}{BH}$ (2)

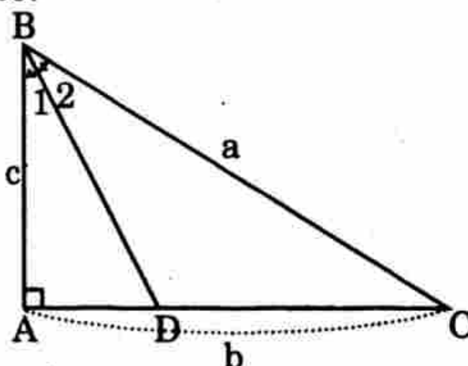
Nhân (1) và (2) vế theo vế, ta được :

$$tgA_1.tgB_1 = \frac{BH}{AH}.\frac{OH}{BH} = \frac{OH}{AH} = \frac{1}{3} \text{ (vì O là trọng tâm)}$$

$$\Rightarrow tgB_1 = \frac{1}{3.tgA_1} = \frac{1}{3.tg15^\circ} = \frac{1}{3.0,2679} = \frac{1}{0,8037} = 1,2442$$

$$\Rightarrow \widehat{B_1} = 51^\circ 12' \approx 51^\circ$$

10. (C) BD là đường phân giác của góc B, ta có:



$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{\underbrace{DC + AD}_{AC}} = \frac{c}{a + c} \Rightarrow AD = \frac{b.c}{a + c}$$

ΔABD vuông tại A, ta có :

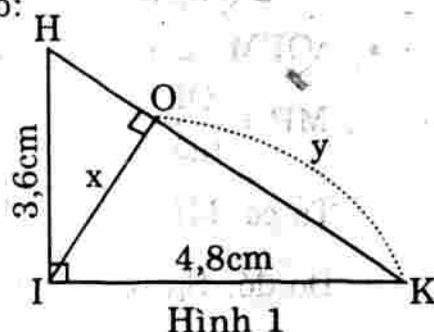
$$tgB_1 = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{b.c}{a+c}}{c} = \frac{b}{a + c}. \text{ Vậy } tg\frac{B}{2} = \frac{b}{a + c}$$

ÔN TẬP CHƯƠNG I

1. (B) Áp dụng định lí Pytago vào ΔHIK vuông tại I, ta có :

$HK^2 = IH^2 + IK^2 = (3,6)^2 + (4,8)^2 = 36 \Rightarrow HK = \sqrt{36} = 6$ (cm)

Từ ΔHIK vuông tại I, đường cao IO, ta có:



Hình 1

- IO.HK = IH.IK

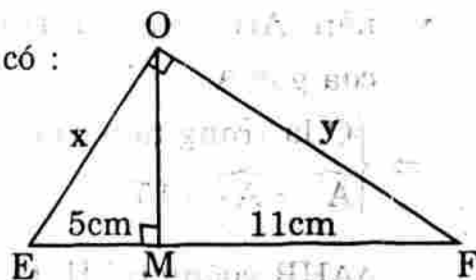
$\Rightarrow OI = x = \dfrac{IH.IK}{HK} = \dfrac{3,6.4,8}{6} = 2,88$ (cm)

- $IK^2 = KO.HK$

$\Rightarrow KO = y = \dfrac{IK^2}{HK} = \dfrac{(4,8)^2}{6} = 3,84$ (cm)

Vậy x = 2,88cm ; y = 3,84cm

2. (C) ΔOEF vuông tại O, đường cao OM, ta có :



Hình 2

- EF = EM + MF = 5 + 11 = 16 (cm)
- $OE^2 = x^2 = EF.EM = 16.5 = 80$

$\Rightarrow x = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ (cm)

- $OF^2 = y^2 = EF.FM = 16.11 = 176$

$\Rightarrow y = \sqrt{176} = 4\sqrt{11}$ (cm)

3. (D)

A. Ta có: OA = OB = OM = bán kính

$\Rightarrow$ OM là đường trung tuyến ứng với cạnh AB và bằng $\frac{1}{2}$AB

$\Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại M

B. ΔOAM có MI vừa là đường cao, vừa là trung tuyến nên ΔOAM cân tại M

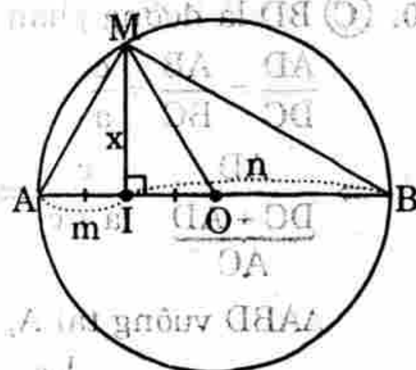
$\Rightarrow$ OM = MA (1)

Ta còn có : OM = OA = bán kính (2)

(1) và (2) $\Rightarrow$ OM = OA = MA

Vậy ΔOAM là tam giác đều

C. ΔAMB vuông tại M, đường cao MI, ta có:



Hình 3

$MI^2 = x^2 = IA.IB = m.n \Rightarrow x = \sqrt{m.n}$

4. Ⓒ Ta có: OM = ON = OP = bán kính

⇒ OP là đường trung tuyến ứng với cạnh MN và bằng $\frac{1}{2}$MN

⇒ ΔMPN vuông tại P

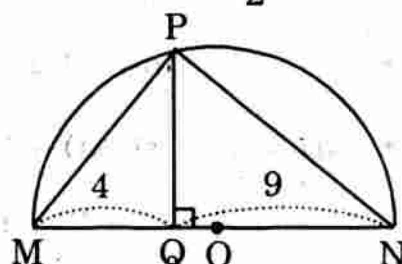
Từ ΔMPN đường cao PQ, ta có :

$PQ^2 = QM.QN = 4.9 = 36$

$\Rightarrow PQ = \sqrt{36} = 6$

Ta có: $tgPNQ = \frac{PQ}{QN} = \frac{6}{9} = 0,666...$

$\Rightarrow \widehat{PNQ} = 33^o41'$



Hình 4

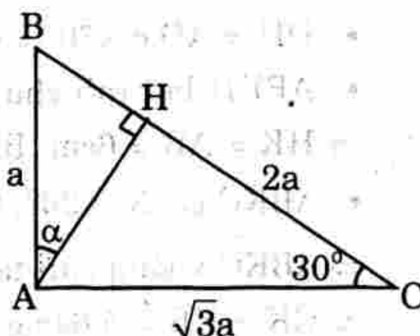
5. Ⓐ Ta có: $\begin{cases} BC^2 = (2a)^2 = 4a^2 & (1) \\ AB^2 + AC^2 = a^2 + (\sqrt{3}a)^2 = 4a^2 & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

⇒ ΔABC vuông tại A

$\alpha = \widehat{C} = 30^o$ (vì cùng phụ với $\widehat{CAH}$)

Vậy $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$



Hình 5

6. Ⓒ Ta có: $\sin\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{9}{16}$

Ta còn có: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

7. Ⓑ

A. $(1 - \cos\alpha)(1 + \cos\alpha) = 1 - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$

B. $1 + \underbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}_{1} = 1 + 1 = 2$

C. $\sin\alpha - \sin\alpha.\cos^2\alpha = \sin\alpha\underbrace{(1 - \cos^2\alpha)}_{\sin^2\alpha} = \sin\alpha.\sin^2\alpha = \sin^3\alpha$

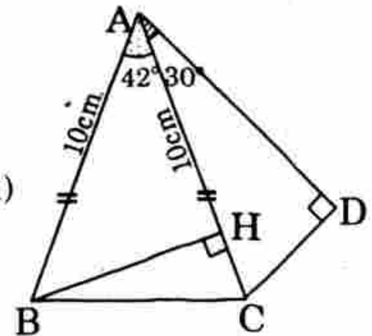
D. $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha + 2.\sin^2\alpha.\cos^2\alpha = \underbrace{(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)^2}_{1} = 1^2 = 1$

8. Ⓓ Vẽ BH ⊥ AC tại H

Từ ΔABH vuông tại H, ta có:

$BH = AB.\sin BAH = 10.\sin 42^o = 6,69$ (cm)

$S_{ABC} = \frac{1}{2}BH.AC = \frac{1}{2}.6,69.10 = 33,45\ (cm^2)$



Hình 7

ΔACD vuông tại D, ta có:

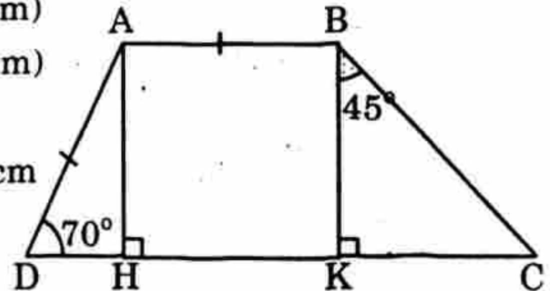
- $CD = AC.\sin CAD = 10.\sin 30^\circ = 10.\frac{1}{2} = 5\ (cm)$
- $AD = AC.\cos CAD = 10.\cos 30^\circ$

$= 10.\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ (cm)$

$S_{ACD} = \frac{1}{2}CD.AD = \frac{1}{2}.5.5\sqrt{3} = 21,63\ (cm^2)$

$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = 33,45 + 21,63 = 55,08 \approx 55cm^2$

9. (A) Từ ΔAHD vuông tại H, ta có:



Hình 8

- $AH = AD.\sin 70^\circ = 6.0,94 = 5,64\ (cm)$
- $DH = AD.\cos 70^\circ = 6.0,34 = 2,05\ (cm)$
- ABKH là hình chữ nhật

$\Rightarrow HK = AB = 6cm,\ BK = AH = 5,64cm$

- ΔBKC có $\widehat{K} = 90^\circ$, $\widehat{CBK} = 45^\circ$

$\Rightarrow \Delta BKC$ vuông cân tại K

$\Rightarrow CK = KB = 5,64cm$

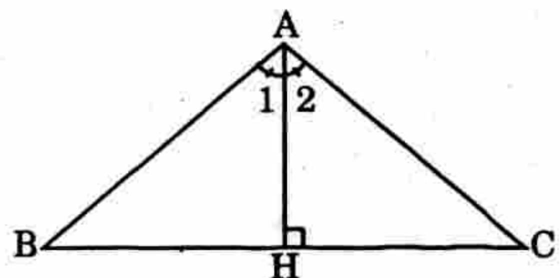
Ta có : $CD = CK + KH + HD = 5,64 + 6 + 2,05 \approx 13,7\ (cm)$

10. (C) Vẽ đường cao AH, ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC$

Hay $24 = \frac{1}{2}AH.12 \Rightarrow AH = \frac{48}{12} = 4\ (cm)$

ΔABC cân tại A nên đường cao AH cũng là phân giác của góc BAC, đồng thời là đường trung tuyến ứng với BC

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \frac{1}{2}\widehat{BAC} \quad (*) \\ HB = HC = \frac{1}{2}BC = 6cm \end{cases}$$



Hình 9

ΔAHB vuông tại H, ta có:

$tgA_1 = \frac{HB}{AH} = \frac{6}{4} = 1,5$

$\Rightarrow \widehat{A_1} = 56^\circ 18'$

$(*) \Rightarrow \widehat{BAC} = 2.\widehat{A_1} = 2.56^\circ 18' = 112^\circ 36'$

11. (B) Gọi chiều dài của cột cờ là l, ta có:

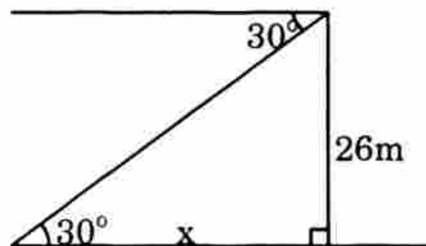
$l = 15.tg42^o = 15.0,9 = 13,51 \approx 14$ (m)

Vậy chiều cao cột cờ xấp xỉ 14m

12. (D) Gọi x là khoảng cách từ tảng đá đến chân tháp, ta có:

$tg30^o = \frac{26}{x} \Rightarrow x = \frac{26}{tg30^o} = \frac{26}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \approx 45$ (m)

Vậy khoảng cách từ tảng đá đến chân tháp xấp xỉ 45m



Hình 10

13. (C) Từ hai tam giác vuông OAC và OAB, ta có:

$AC = \frac{OA}{tg38^o}$ (1) và $AB = \frac{OA}{tg47^o}$ (2)

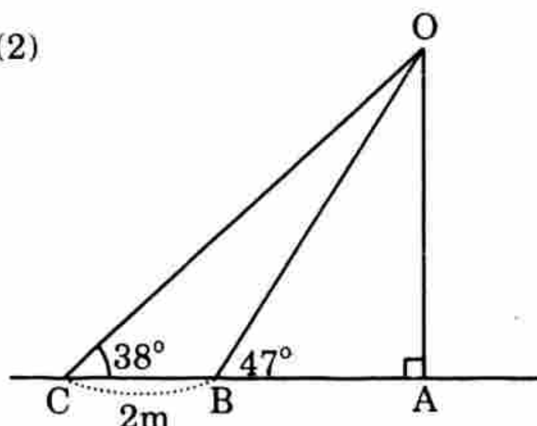
Trừ (1) và (2) vế theo vế, ta có :

$\underbrace{AC - AB}_{BC} = OA\left(\frac{1}{tg38^o} - \frac{1}{tg47^o}\right)$

hay $2 = OA\left(\frac{tg47^o - tg38^o}{tg38^o.tg47^o}\right)$

$2 = OA\left(\frac{1,07 - 0,78}{1,07.0,78}\right)$

$2 = OA.\frac{0,29}{0,83} = OA.0,35 \Rightarrow OA = \frac{2}{0,35} = 5,71 \approx 6$ (m)



Hình 11

Vậy chiều cao cây thông xấp xỉ 6m

14. (A) Ta có: $\cos\alpha = \frac{280}{340} = 0,8235 \Rightarrow \alpha = 34^o33' \approx 35^o$

Vậy dòng nước đã đẩy chiếc đò đi một góc xấp xỉ 35^o

15. (B) Ta có: $\widehat{C} = \widehat{A} = 35^o$

$\Rightarrow \sin\widehat{C} = \sin 35^o = \frac{320}{AC}$

$\Rightarrow AC = \frac{320}{\sin 35^o} = \frac{320}{0,574} \approx 558 \text{ (m)} = 0,558 \text{ (km)}$

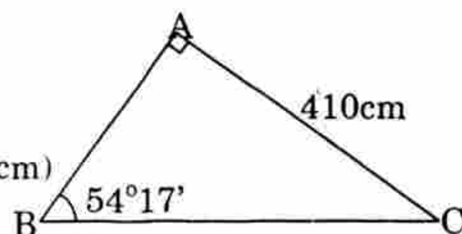
Vận tốc của con thuyền là $\frac{0,558.60}{8} \approx 4$ (km / h)

16. (B) Tính $\widehat{C}$, AB, AC:

ΔABC vuông tại A, ta có:

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^o$

$\Rightarrow \widehat{C} = 90^o - \widehat{B} = 90^o - 54^o17' = 35^o43'$



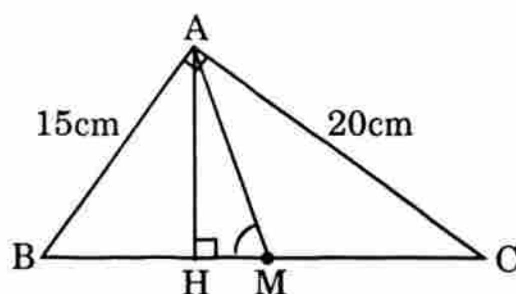
- $tgB = \dfrac{AC}{AB}$

$\Rightarrow AB = \dfrac{AC}{tgB} = \dfrac{410}{tg54^o17'} = \dfrac{410}{1,39} = 294,96$ (cm)

- $\sin B = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \dfrac{AC}{\sin B} = \dfrac{410}{\sin 54^o17'} = \dfrac{410}{0,812} = 504,93$ (cm)

Vậy $\widehat{C} = 35^o43'$, AB = 294,96cm, BC = 504,93cm

17. (D) Từ ΔABC vuông tại A, ta có:



- $BC = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$ (cm)
- $AM = \dfrac{1}{2}BC = 12,5$ (cm)
- AH.BC = AB.AC

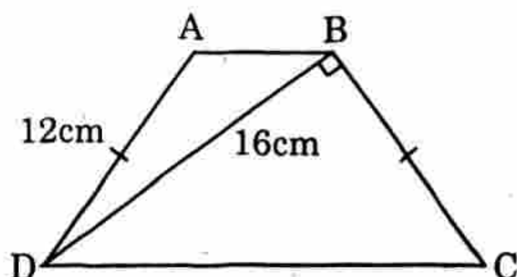
$\Rightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{15.20}{25} = 12$ (cm)

Từ ΔAMH vuông tại H, ta có:

$\sin AMH = \dfrac{AH}{AM} = \dfrac{12}{12,5} = 0,96 \Rightarrow \widehat{AMH} = 73^o44' \approx 74^o$

18. (C) ABCD là hình thang cân ⇒ AD = BC = 12cm

Từ ΔBCD vuông tại B, ta có:



- $CD = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ (cm)
- $\sin C = \dfrac{BD}{CD} = \dfrac{16}{20} = \dfrac{4}{5}$
- $\cos C = \dfrac{BC}{CD} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$

Do đó $M = \dfrac{\sin C + \cos C}{\sin C - \cos C} = \dfrac{\frac{4}{5} + \frac{3}{5}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}} = 7$

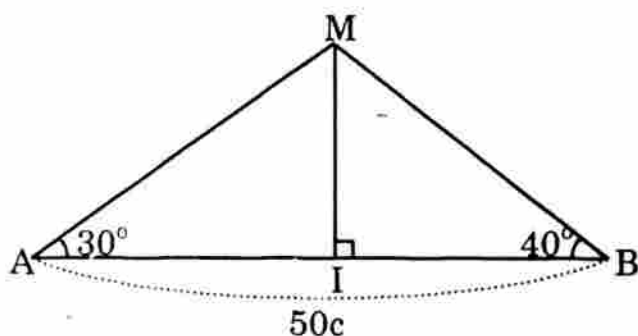
19. (A)

Từ hai tam giác vuông MIA và MIB, ta có:

- $tgA = \dfrac{MI}{AI} \Rightarrow AI = \dfrac{MI}{tgA} = \dfrac{MI}{tg30^o}$ (1)
- $tgB = \dfrac{MI}{BI} \Rightarrow BI = \dfrac{MI}{tgB} = \dfrac{MI}{tg40^o}$ (2)

Cộng (1) và (2) vế theo vế: $\underbrace{AI + BI}_{AB} = MI\left(\frac{1}{tg30^o} + \frac{1}{tg40^o}\right)$

$\Rightarrow MI = \frac{AB}{\frac{1}{tg30^o} + \frac{1}{tg40^o}}$ (*)



Ta có : AB = 50cm

$\frac{1}{tg30^o} = \frac{1}{0,58} = 1,72$

$\frac{1}{tg40^o} = \frac{1}{0,84} = 1,90$

(*) $\Rightarrow MI = \frac{50}{1,72 + 1,90} = \frac{50}{3,62} = 13,81$ (cm) ≈ 14 (cm)

20. Ⓑ Ta có : $P = \frac{\cos\alpha}{1 + \sin\alpha} + tg\alpha$

$= \frac{\cos\alpha}{1 + \sin\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos^2\alpha + \sin\alpha + \sin^2\alpha}{(1 + \sin\alpha)\cos\alpha}$

$= \frac{1 + \sin\alpha}{(1 + \sin\alpha)\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$.

* Một cách nhớ định nghĩa chữ số lượng giác của góc nhọn

"Tìm SIN lấy đối chia huyền
COSIN hai cạnh kề huyền chia nhau
Còn TANG ta hãy tính sau
Đối trên kề dưới chia nhau khó gì
COTANG tính chẳng nghĩ suy
Kề trên đối dưới ta ghi vào liền"

* Hoặc có cách dễ nhớ khác:

SIN đi học (đối chia huyền)
COSIN không hư (kề chia huyền)
TANG đoàn kết (đối chia kề)
COTANG kết đoàn (kề chia đối)

Chương II. ĐƯỜNG TRÒN

Vấn đề 1. SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN
TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Nhắc lại về đường tròn

- Đường tròn tâm O bán kính R (với R > 0) là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R.
- Đường tròn tâm O bán kính R được kí hiệu là (O; R), cũng có thể kí hiệu là (O) khi không cần chú ý đến bán kính
- ♦ Vị trí tương đối của một điểm với đường tròn.

Xét đường tròn (O; R) và một điểm M có OM = d, ta có :

* *M nằm trên đường tròn (O; R)* $\Leftrightarrow d = R$

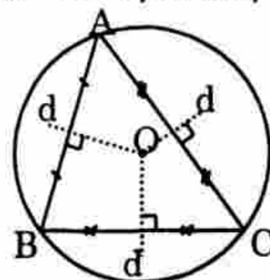
* *M nằm trong đường tròn (O; R)* $\Leftrightarrow d < R$

* *M nằm ngoài đường tròn (O; R)* $\Leftrightarrow d > R$

2 Xác định đường tròn

Định lí

- Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.
- Với một điểm O và một số dương R cho trước ta xác định được duy nhất một đường tròn tâm O bán kính R.



* Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là trung trực của ba cạnh AB, AC, BC.

Giao điểm O của d_1, d_2, d_3 là tâm đường tròn đi qua ba điểm A, B, C.

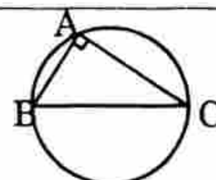
* *Đường tròn qua ba đỉnh của tam giác được gọi là đường tròn* ***ngoại tiếp tam giác*** *đó, còn tam giác ở trong đường tròn gọi là tam giác* ***nội tiếp đường tròn****.*

☛ ***Chú ý***

a) Qua hai điểm cho sẵn, ta dựng được vô số đường tròn, tâm của các đường tròn này thuộc đường thẳng trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm đã cho.

b) Không có đường tròn nào đi qua ba điểm thẳng hàng.

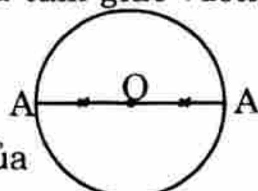
c) * Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền của tam giác vuông đó.



* Nếu một tam giác nội tiếp đường tròn có một cạnh là đường kính của đường tròn thì tam giác đó là tam giác vuông.

3 **Tâm đối xứng**

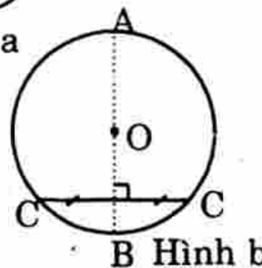
* Đường tròn là hình có tâm đối xứng.
- Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó (hình a).



Hình a

4 **Trục đối xứng**

* Đường tròn là hình có trục đối xứng.
- Bất kì đường kính nào của đường tròn cũng là trục đối xứng của đường tròn đó (hình b).



Hình b

B. BÀI TẬP

1. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

   A. Tập hợp các điểm có khoảng cách đến điểm O cố định bằng 4cm là đường tròn tâm O bán kính 4cm

   B. Đường tròn tâm O bán kính 4cm gồm tất cả những điểm có khoảng cách đến O bằng 4cm

   C. Hình tròn tâm O bán kính 4cm gồm tất cả những điểm có khoảng cách đến O nhỏ hơn hoặc bằng 4cm.

   D. A), B), C) đều đúng

2. Khẳng định nào sau đây sai :

   A. Qua một điểm, ta vẽ được vô số đường tròn

   B. Qua hai điểm, ta vẽ được vô số đường tròn

   C. Qua ba điểm, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn

   D. A), B) đúng ; C) sai.

3. Cho đường tròn (O ; R) ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại A

   Khẳng định nào sau đây đúng :

   A. Điểm O nằm bên trong ΔABC

   B. Điểm O nằm bên ngoài ΔABC

   C. Điểm O nằm tùy ý trên cạnh BC

   D. Điểm O là trung điểm của cạnh BC

4. Cho đường tròn tâm (O ; R) đường kính AB, qua trung điểm H của OA vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tại M. Tính theo R diện tích ΔAMB

A. $R^2\sqrt{3}$ **B.** $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{R^2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$

5. Cho tam giác ABC có AB = 3,6cm, AC = 4,8cm, BC = 6cm nội tiếp đường tròn (O ; R). Độ dài R bằng :

A. 3cm **B.** 4,5cm **C.** 5cm **D.** 5,5cm

6. Cho tam giác MNP vuông tại M nội tiếp đường tròn (O; 10cm), $\widehat{MNP} = 41^\circ$. Tính chu vi ΔMNP. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A. 38cm **B.** 48cm **C.** 52cm **D.** 61cm

7. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 18cm, AD = 24cm.
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giao điểm O của hai đường chéo AC và BD là tâm đường tròn đi qua A, B, C, D.

B. Bán kính R của đường tròn (O) bằng 15cm

C. BD là trục đối xứng của đường tròn (O)

D. A), B), C) đều đúng

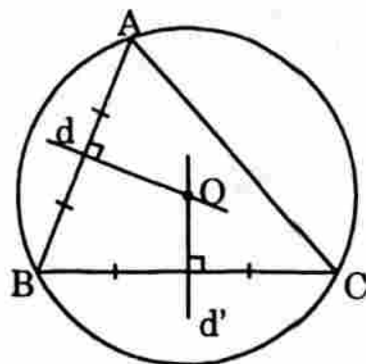
8. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy lấy điểm P(2 ; 1)
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Điểm P nằm bên trong đường tròn $(O ; \sqrt{5})$

B. Điểm P nằm bên ngoài đường tròn $(O ; \sqrt{5})$

C. Điểm P nằm trên đường tròn $(O ; \sqrt{5})$

9. Xét bài toán: "Nêu cách dựng đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC". Hãy sắp xếp một cách hợp lí các câu sau để được lời giải của bài toán đã cho.



a) Dựng đường tròn tâm O bán kính OA
Đó là đường tròn ngoại tiếp ΔABC cần dựng

b) Dựng d và d' theo thứ tự là đường trung trực của AB và BC, d và d' cắt nhau tại O

c) Dựng tam giác ABC

Sắp xếp nào sau đây hợp lí :

A. c), b), a) **B.** b), c), a) **C.** a), b), c) **D.** c), a), b)

10. Cho góc vuông xOy và điểm M nằm bên trong góc đó. Vẽ đường tròn tâm I đi qua O và M cắt Ox ở A và cắt Oy ở B. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AB.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Điểm M' nằm bên trong đường tròn (I)

B. Điểm M' nằm bên ngoài đường tròn (I)

C. Điểm M' nằm trên đường tròn (I)

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	C	D	B	A	B	D	C	A	C

Vấn đề 2. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN
LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 So sánh độ dài đường kính và dây

Định lí 1

Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính của đường tròn đó.

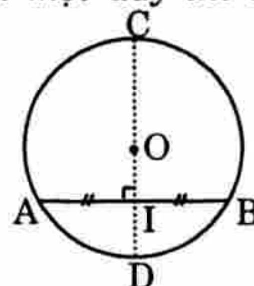
2 Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây

Định lí 2

Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.

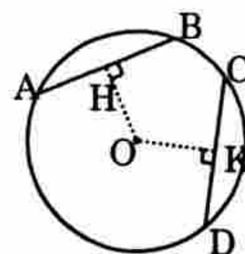
Định lí 3

Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.



$\begin{cases} * \text{ Đường tròn (O) đường kính CD} \\ * \text{ Dây AB không qua tâm O} \\ * \text{ } CD \perp AB \text{ tại I} \end{cases} \Rightarrow IA = IB$

Định lí 4



Trong một đường tròn :

a) Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.

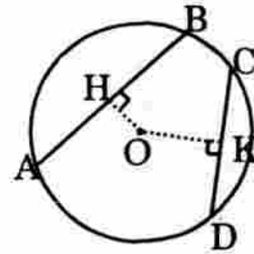
b) *Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.*

- AB và CD là hai dây của đường tròn (O).
- OH và OK là khoảng cách từ tâm O đến AB và CD

Ta có **AB = CD** ⇔ **OH = OK**

Định lí 2

Trong hai dây của một đường tròn :



a) Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

b) Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

- *AB và CD là hai dây của đường tròn (O).*
- *OH và OK là khoảng cách từ O đến AB và CD.*

Ta có **AB > CD** ⇔ **OH < OK**

B. BÀI TẬP

1. Xét đường tròn (O) đường kính AB vuông góc với dây CD tại I. Gọi E và F là hình chiếu của O trên AC và AD ($E \in AC$)

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. ΔACD là tam giác cân   **B.** OE = OF

C. $EF = \frac{1}{2}CD$ **D.** A), B), C) đều đúng

2. Cho đường tròn (O ; 34cm) có OI vuông góc với dây MN ($I \in MN$) sao cho OI = 30cm, thì độ dài của MN bằng:

A. 30cm   **B.** 32cm   **C.** 34cm   **D.** 40cm

3. Cho đường tròn (O ; R) dây AB = 19,2cm. Gọi H là hình chiếu của O trên AB. Cho biết OH = 7,2cm. Độ dài R bằng :

A. 12cm   **B.** 13cm   **C.** 14,5cm   **D.** 15,6cm

4. Cho đường tròn (O) đường kính AB và dây CD vuông góc với OB tại trung điểm I của OB. Tứ giác OCBD là hình gì?

A. Hình thang cân   **B.** Hình chữ nhật

C. Hình thoi   **D.** Hình vuông

5. Cho đường tròn (O), đường kính AB và dây CD không cắt đường kính AB. Gọi M và N theo thứ tự là hình chiếu của A và B trên đường thẳng CD. Gọi I là trung điểm của dây CD. ΔMON là tam giác gì ?

A. Tam giác cân   **B.** Tam giác đều

C. Tam giác vuông   **D.** Tam giác vuông cân

6. Cho đường tròn (O) và hai dây bằng nhau AB và CD. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại điểm P nằm ngoài (O). Gọi H và K theo thứ tự là trung điểm của hai dây AB và CD.

A. OH = OK **B.** PH = PK

C. $\widehat{OPH} = \widehat{OPK}$ **D.** A), B) đúng ; C) sai

7. Cho đường tròn (O ; 6,5cm) có đường kính MN và dây MP = 12cm. Vẽ dây PQ vuông góc với MN tại H. Tính độ dài dây PQ. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. 8,5cm **B.** 9,2cm **C.** 10,4cm **D.** 10,8cm

8. Cho đường tròn (O ; 15cm) và dây AB = 24cm. Tính số đo các góc trong ΔOAB. (Làm tròn kết quả đến độ)

A. $\widehat{O} = 106^\circ$; $\widehat{A} = \widehat{B} = 37^\circ$ **B.** $\widehat{O} = 100^\circ$; $\widehat{A} = \widehat{B} = 40^\circ$

C. $\widehat{O} = 110^\circ$; $\widehat{A} = \widehat{B} = 35^\circ$ **D.** A), B), C) đều sai

9. Cho đường tròn (O ; R) và hai đường kính vuông góc AB, CD. Trên bán kính AO lấy đoạn $AI = \frac{2AO}{3}$, vẽ tia CI cắt (O) tại E. Tính thec R độ dài dây CE.

A. $\frac{R\sqrt{10}}{3}$ **B.** $\frac{3R\sqrt{10}}{4}$ **C.** $\frac{3R\sqrt{10}}{5}$ **D.** $\frac{15R\sqrt{11}}{4}$

10. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi E và F theo thứ tự là hình chiếu của O trên AB và AC.

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. OE = OF **B.** AO là tia phân giác của $\widehat{BAC}$

C. ΔAEF cân tại A **D.** A), B), C) đều đúng

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	D	B	A	C	A	D	B	A	C	D

Vấn đề 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

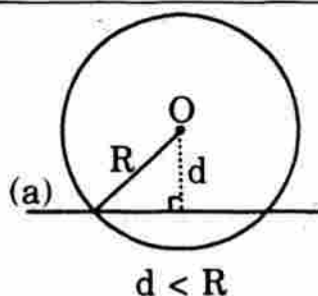
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I Ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

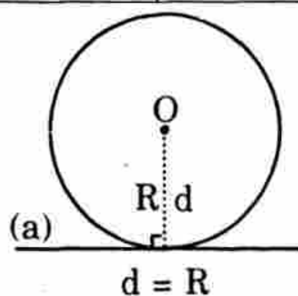
Xét đường tròn (O; R) và đường thẳng (a).

Gọi OH = d là khoảng cách từ tâm O đến (a).

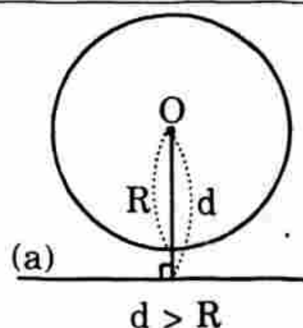
Vị trí tương đối của đường thẳng (a) và đường tròn (O; R)	*Số điểm chung*	*Hệ thức giữa d và R*
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau.	2	d < R
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau.	1	d = R
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau.	0	d > R



d < R



d = R



d > R

II Tiếp tuyến của đường tròn

1) Định nghĩa

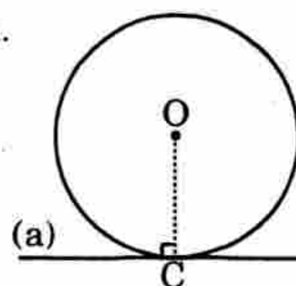
Khi đường thẳng (a) và đường tròn (O) chỉ có một điểm chung C, ta nói :

- (a) và (O) tiếp xúc với nhau tại C hoặc
- (a) là tiếp tuyến của (O) tại C và **C là tiếp điểm.**

2) Định lí

Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì đường thẳng đó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

Giả thiết	* *Đường thẳng (a) là tiếp tuyến của đường tròn (O).* * *C là tiếp điểm.*
Kết luận	*(a) ⊥ OC tại C.*



3) Các dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

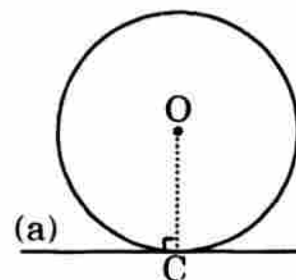
a) Nếu một đường thẳng và một đường tròn chỉ có một điểm chung thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

b) Nếu khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng bằng bán kính của đường tròn thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

Giả thiết	* *Đường tròn (O; R) và đường thẳng (a).* * *d = khoảng cách từ O đến (a) và d = R.*
Kết luận	*(a) là tiếp tuyến của (O)*

c) Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng nói trên là tiếp tuyến của đường tròn.

Giả thiết	* *Đường thẳng (a)* * *C thuộc (O).* * *(a) $\perp$ OC tại C.*
Kết luận	*(a) là tiếp tuyến của (O)*



4) Hai tiếp tuyến cắt nhau

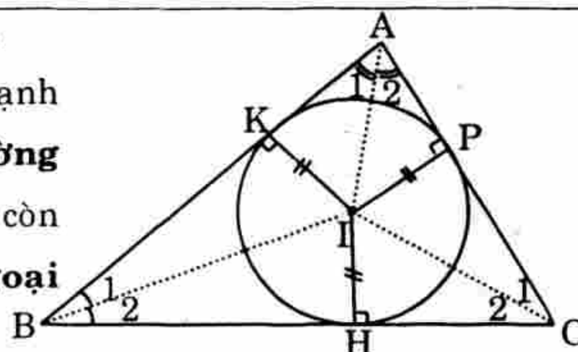
Định lí

Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì :

- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- Tia kẻ từ điểm đó và đi qua tâm đường tròn là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- Tia kẻ từ tâm đường tròn và đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua hai tiếp điểm.
- Đường thẳng đi qua điểm đó và qua tâm đường tròn là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai tiếp điểm.

Giả thiết	*Tiếp tuyến tại A và B của (O) cắt nhau tại M (A và B là tiếp điểm).*
Kết luận	* $MA = MB$ * $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$ * $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ * *MO là trung trực của AB.*

5) Đường tròn nội tiếp tam giác

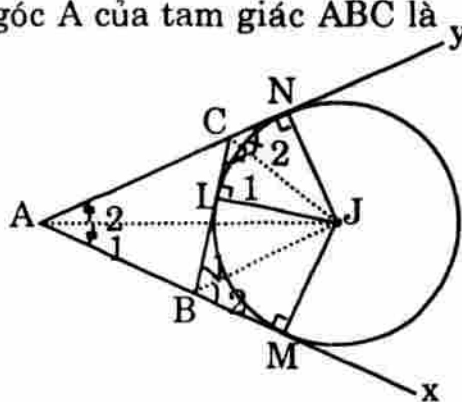


- Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác gọi là **đường tròn nội tiếp tam giác**, còn tam giác gọi là **tam giác ngoại tiếp đường tròn**.
- Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác của các góc trong của tam giác.

Giả thiết	* *AB, AC, BC là tiếp tuyến của (I).* *H, P, K là tiếp điểm* * *IH = IK = IP = bán kính của (I)* * $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$, $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$
Kết luận	*Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC.*

6) Đường tròn bàng tiếp tam giác

- Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của một tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là **đường tròn bàng tiếp tam giác.**
- Tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A của tam giác ABC là giao điểm của đường phân giác trong của góc A và đường phân giác góc ngoài tại B (hoặc tại C), hoặc là giao điểm của hai đường phân giác của các góc ngoài tại B và C.



- Mỗi tam giác có ba đường tròn bàng tiếp.

Giả thiết	* *BC, Ax, Ay là tiếp tuyến của (J).* *L, M, N là tiếp điểm* * *JL = JM = JN = bán kính của (J)* * $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$, $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$
Kết luận	*Đường tròn (J) là đường tròn bàng tiếp tam giác ABC.*

B. BÀI TẬP

1. Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O ; 8cm) sao cho OA = 12cm. Kẻ tia Ax tạo với AO một góc 30^o. Gọi H là hình chiếu của O trên Ax. Khẳng định nào sau đây đúng?

   A. Tia Ax và đường tròn (O) không có điểm chung nào

   B. Tia Ax và đường tròn (O) chỉ có một điểm chung

   C. Tia Ax và đường tròn (O) có hai điểm chung

2. Cho đường tròn (O ; R) và đường thẳng a. Gọi d là khoảng cách từ tâm O đến a.

   Điền vào chỗ trống (...) để được các khẳng định đúng :

Vị trí tương đối của a và (O)	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
a và (O) cắt nhau	....	....
....	....	d = R
a và (O) không giao nhau	....	....

3. Cho đường tròn (O ; 5cm). Một đường thẳng đi qua điểm A nằm ngoài đường tròn cắt đường tròn tại B và C sao cho AB = BC. Kẻ đường kính CD. Tính độ dài AD.

   A. 10cm **B.** 12cm **C.** 15cm **D.** 16cm

4. Cho đường tròn (O ; R), bán kính OA, dây CD là trung trực của OA. Kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C, tiếp tuyến này cắt đường thẳng OA tại I.

   Khẳng định nào sau đây đúng?

   A. ΔOAC là tam giác đều **B.** Tứ giác OCAD là hình thoi

   C. $CI = R\sqrt{3}$ **D.** A), B), C) đều đúng

5. Cho đường tròn (O ; R) và điểm P nằm bên ngoài đường tròn sao cho OP = 2R. Kẻ hai tiếp tuyến PM và PN với đường tròn.

   Khẳng định nào sau đây sai?

   A. $\widehat{MON} = 120^o$ **B.** ΔPMN là tam giác đều

   C. MN = R **D.** A), B) đúng ; C) sai

6. Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (O ; 2cm). Diện tích của tam giác ABC bằng :

   A. $6cm^2$ **B.** $12\sqrt{3}cm^2$ **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}cm^2$ **D.** $\frac{10\sqrt{3}}{3}cm^2$

7. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 6cm, AC = 8cm ngoại tiếp đường tròn (I ; r). Tính r.

A. 2cm **B.** 2,5cm **C.** 3,3cm **D.** 4,4cm

8. Xét bài toán : "Cho góc xAy (khác góc bẹt) và lấy điểm D tùy ý trên cạnh Ax. Hãy nêu cách dựng đường tròn tâm O tiếp xúc với Ax tại D và tiếp xúc với Ay". Hãy sắp xếp một cách hợp lí các câu sau để được lời giải của bài toán trên.

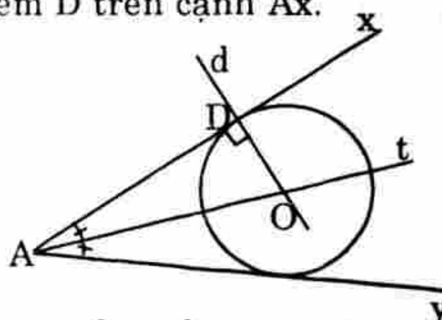
a) Dựng tia phân giác At của góc xAy cắt d tại O

b) Dựng đường tròn (O ; OD). Đó là đường tròn cần dựng

c) Qua D dựng đường thẳng d vuông góc với Ax

d) Dựng góc xAy khác góc bẹt và lấy điểm D trên cạnh Ax.

Sắp xếp nào sau đây hợp lí :



A. c), b), a), d)

B. d), a), b), c)

C. d), c), a), b)

D. a), b), d), c)

9. Cho hình thang ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ và $\widehat{B} = 2\widehat{C}$ ngoại tiếp đường tròn tâm O

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Chu vi hình thang ABCD bằng hai lần tổng hai cạnh đáy

B. ΔAOD là tam giác đều

C. $OB = \dfrac{BC}{2}$

D. A), B), C) đều đúng

10. Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn tâm I. Gọi J là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A tiếp xúc với BC, AB, AC theo thứ tự tại D, E, F. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Ba điểm A, I, J thẳng hàng

B. ΔIBJ là tam giác vuông

C. Bốn điểm B, I, C, J cùng thuộc một đường tròn

D. A) và C) đều đúng ; B) sai

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	C	×	A	D	C	B	A	C	B	D

Vấn đề 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

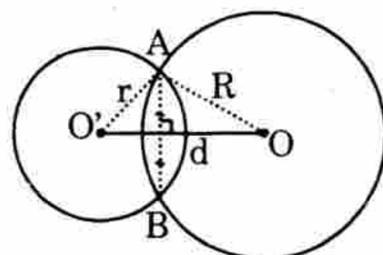
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Ba vị trí tương đối của hai đường tròn

Xét hai đường tròn (O; R) và (O'; r).

Đặt OO' = d và giả sử R > r

a) Hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm

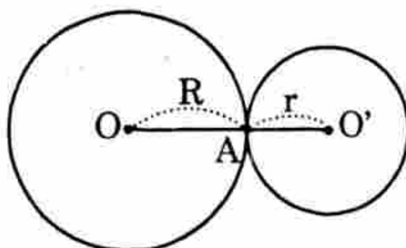


- *Tính chất:* Khi hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là trung trực của đoạn nối hai giao điểm của hai đường tròn đó (OO' là trung trực của AB).
- *Hệ thức* $\mathbf{R - r < d < R + r}$

b) Hai đường tròn tiếp xúc nhau

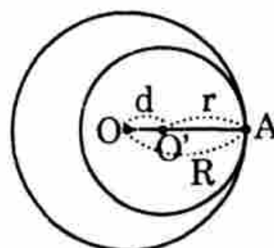
- *Tính chất:* Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm (A là tiếp điểm ⇒ A ∈ OO')

Tiếp xúc ngoài



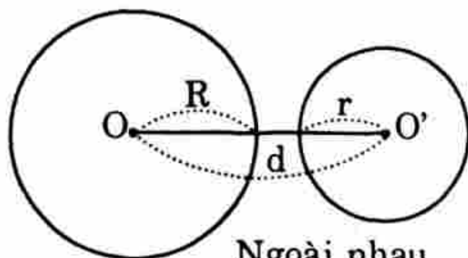
$\mathbf{d = R + r}$

Tiếp xúc trong



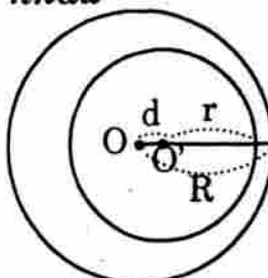
$\mathbf{d = R - r}$

c) Hai đường tròn không cắt nhau



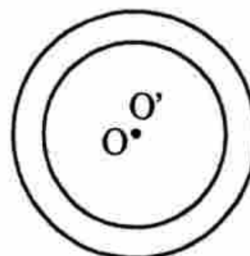
Ngoài nhau

$\mathbf{d > R + r}$



Chứa nhau

$\mathbf{d < R - r}$



Đồng tâm

$\mathbf{d = 0}$

2 Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

- Tiếp tuyến chung của hai đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn đó.

a) Hai đường tròn cắt nhau có hai tiếp tuyến chung ngoài (hình a).

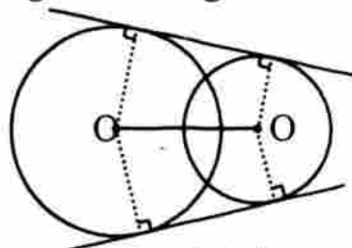
b) Hai đường tròn tiếp xúc ngoài có hai tiếp tuyến chung ngoài và một tiếp tuyến chung trong (hình b).

c) Hai đường tròn tiếp xúc trong chỉ có một tiếp tuyến chung (hình c).

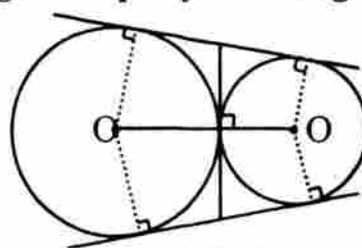
d) Hai đường tròn ngoài nhau có hai tiếp tuyến chung ngoài và hai tiếp tuyến chung trong (hình d).

e) Hai đường tròn chứa nhau không có tiếp tuyến chung.

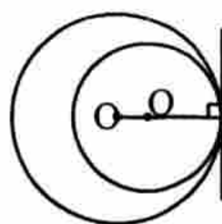
f) Hai đường tròn đồng tâm không có tiếp tuyến chung.



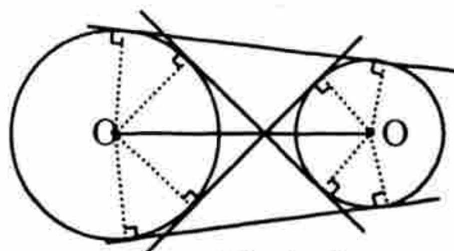
Hình a



Hình b



Hình c



Hình d

B. BÀI TẬP

1. Cho hai đường tròn (O ; R) và (O' ; R') cắt nhau tại A và B. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB là đường trung trực của OO'

B. OO' là đường trung trực của dây AB

C. Tứ giác OAO'B là hình thoi

D. A), B), C) đều đúng

2. Cho hai đường tròn (O ; 13cm) và (O' ; 15cm) cắt nhau tại A và B sao cho AB = 24cm. Tính độ dài OO'.

A. 11cm **B.** 13cm **C.** 14cm **D.** 15cm

3. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Gọi I là trung điểm của OO'. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với IA cắt (O) tại C và cắt (O') tại D. So sánh AC và AD.

A. AC = AD **B.** AC < AD

C. AC > AD **D.** Không so sánh được

4. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ hai bán kính OM và O'N song song với nhau thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ OO'. Tam giác MAN là tam giác gì?

A. Tam giác cân **B.** Tam giác vuông

C. Tam giác đều **D.** Tam giác vuông cân

5. Cho hai đường tròn (O ; 8cm) và (O' ; 5cm) tiếp xúc ngoài tại M. Gọi AB là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ($A \in (O)$, $B \in (O')$). Tính độ dài AB. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

A. 8,75cm **B.** 10,85cm **C.** 12,65cm **D.** 14,08cm

6. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vẽ các đường tròn (O ; OA) và (B ; BA). Kẻ một đường thẳng qua A cắt hai đường tròn (O) và (B) theo thứ tự tại C và D.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai đường tròn (O) và (D) tiếp xúc trong tại A

B. AC = CD

C. OC // BD

D. A), B), C) đều đúng

7. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Một đường thẳng qua A (không đi qua hai tâm) cắt (O) tại C và cắt (O') tại D. Vẽ các đường kính AOE và AO'F

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Ba điểm E, B, F thẳng hàng **B.** EC // FD

C. $OO' = \frac{1}{3}EF$ **D.** A), B) đúng ; C) sai

8. Cho hai đường tròn (O ; R) và (O' ; R) cắt nhau tại A và B sao cho tâm đường tròn này nằm trên đường tròn kia. Tính theo R diện tích tứ giác OAO'B

A. $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{R^2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $R^2\sqrt{5}$ **D.** $\frac{R^2\sqrt{5}}{2}$

9. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại M. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và CD với A, C thuộc (O) và B, D thuộc (O')

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\Delta IBD \sim \Delta IAC$ **B.** $\Delta BO'D \sim \Delta AOC$

C. BD // AC **D.** A), C) đúng ; B) sai

10. Cho hai đường tròn (O ; 5cm) và (O' ; 3cm) tiếp xúc ngoài nhau tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC (B ∈ (O) và C ∈ (O')). Vẽ đường tròn (I ; r) tiếp xúc với BC tại M và tiếp xúc ngoài với hai đường tròn (O) và (O') tại N và P. Tính độ dài r. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. 0,75cm **B.** 0,95cm **C.** 1,24cm **D.** 1,83cm

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu	B	C	A	B	C	D	C	A	D	B

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

STT	Hình vẽ	Nội dung
1		• Tam giác vuông thì nội tiếp đường tròn (đường tròn này có tâm là trung điểm cạnh huyền và bán kính bằng nửa cạnh huyền). • Tam giác nội tiếp đường tròn và có một cạnh là đường kính của đường tròn thì đó là tam giác vuông.
2		• Đường tròn là hình có tâm đối xứng. • Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.
3		• Đường tròn là hình có trục đối xứng. • Bất kì đường kính nào của đường tròn cũng là trục đối xứng của đường tròn đó. • Đường kính nào đi qua trung điểm của một dây thì vuông góc với dây ấy và đảo lại.

4	B C H K O A D	• Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm và đảo lại AB = CD ⇔ OH = OK
5	C A K H O D B	• Dây lớn hơn thì gần tâm hơn và đảo lại. AB > CD ⇔ OH < OK • Đường kính là dây lớn nhất của đường tròn.
6	O (a) H	Khi đường thẳng (a) và đường tròn (O) chỉ có một điểm chung thì ta bảo : • "Đường thẳng (a) và đường tròn (O) tiếp xúc nhau" ***hay*** • "Đường thẳng (a) là tiếp tuyến của đường tròn (O)" *Điểm chung H gọi là tiếp điểm.*
7	O (a) H	• Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn thì đường thẳng đó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm. • Đảo lại, nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính qua điểm đó thì đường thẳng nói trên là một tiếp tuyến của đường tròn
8	M A B O	Nếu một đường tròn có hai tiếp tuyến cắt nhau tại một điểm thì : **a)** Điểm đó cách đều hai tiếp điểm (MA = MB) **b)** Tia kẻ từ điểm đó và đi qua tâm đường tròn là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến (MO là tia phân giác của góc $\widehat{AMB}$) **c)** Tia kẻ từ tâm đường tròn và đi qua

<table>
<tr><td></td><td></td><td>điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua hai tiếp điểm (OM là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$)
d) Đường thẳng qua điểm đó và qua tâm đường tròn là trung trực của đoạn thẳng nối hai tiếp điểm.
(OM là trung trực của AB)</td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td>d = khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng (a).
<table>
<tr><th>d và R</th><th>Đường tròn (O) và đường thẳng (a)</th></tr>
<tr><td>$d < R$</td><td>Cắt nhau (có hai điểm chung)</td></tr>
<tr><td>$d = R$</td><td>Tiếp xúc nhau (có một điểm chung), đường thẳng (a) là một tiếp tuyến của đường tròn (O)).</td></tr>
<tr><td>$d > R$</td><td>Không có giao điểm.</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>10</td><td></td><td>• Đường tròn nội tiếp tam giác là đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác (trong trường hợp này ta bảo "tam giác ngoại tiếp đường tròn").
• Đường tròn nội tiếp tam giác có :
- Tâm là giao điểm các đường phân giác các góc trong của tam giác.
- Bán kính bằng khoảng cách từ tâm đường tròn đến một cạnh của tam giác.</td></tr>
<tr><td>11</td><td></td><td>• Đường tròn bàng tiếp tam giác là đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và tiếp xúc với phần kéo dài của hai cạnh kia.
- Tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A là giao điểm của đường phân giác trong</td></tr>
</table>

		của góc A và đường phân giác góc ngoài tại B (hoặc tại C), hoặc là giao điểm của hai đường phân giác của các góc ngoài tại B và C. – Mỗi tam giác có ba đường tròn bàng tiếp.
Vị trí tương đối của hai đường tròn (O; R) và (O'; r) *d = OO' = Độ dài đoạn nối hai tâm của hai đường tròn*		
12		Hai đường tròn cắt nhau (có hai giao điểm). • Điều kiện $R - r < d < R + r$ • Đường nối tâm hai đường tròn là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai giao điểm. • Hai đường tròn cắt nhau có hai tiếp tuyến chung (hai tiếp tuyến chung ngoài).
13		Hai đường tròn tiếp xúc nhau (có một giao điểm) • Điều kiện **a)** Hai đường tròn tiếp xúc ngoài : $d = R + r$ **b)** Hai đường tròn tiếp xúc trong : $d = R - r \quad (R > r)$ • Tiếp điểm nằm trên đường thẳng nối hai tâm. • Tiếp tuyến chung. a) Hai đường tròn tiếp xúc ngoài có ba tiếp tuyến chung (một tiếp tuyến chung trong và hai tiếp tuyến chung ngoài). **b)** Hai đường tròn tiếp xúc trong có duy nhất một tiếp tuyến (chung ngoài).

14	O R r O' d; O O'	Hai đường tròn ngoài nhau (không có giao điểm) • Điều kiện $d > R + r$ • Hai đường tròn ngoài nhau có bốn tiếp tuyến chung (hai tiếp tuyến chung trong và hai tiếp tuyến chung ngoài).
15	O d r O' R; O·O'	Hai đường tròn chứa nhau (không có điểm chung) • Điều kiện $d < R - r$ • Hai đường tròn chứa nhau không có tiếp tuyến chung.

B. BÀI TẬP

1. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi D và E theo thứ tự là hình chiếu của O trên hai cạnh AB và AC.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\widehat{OAB} = \widehat{OAC}$

B. ΔADE cân tại A

C. AO là đường trung trực của cạnh DE

D. A), B), C) đều đúng

2. Cho đường thẳng xy. Tâm O của đường tròn có bán kính 4cm và tiếp xúc với đường thẳng xy, tâm O nằm trên đường nào ?

Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. O nằm trên đường thẳng song song với xy

B. O nằm trên đường thẳng song song với xy và cách xy 4cm

C. O nằm trên hai đường thẳng song song với xy và cùng cách xy 4cm

D. A), B), C) đều sai

3. Cho đường tròn (O ; R) và điểm P nằm ngoài đường tròn sao cho OP = 2R. Kẻ tiếp tuyến PM (M là tiếp điểm) và đường thẳng d vuông góc với OP tại P. Gọi N là giao điểm của tia OM và d. Tính số đo góc ONP.

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

4. Cho đường tròn (O ; 6cm) và dây AB = $8\sqrt{2}$cm. Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt tiếp tuyến của (O) tại A ở C. Độ dài của OC bằng:

A. 15cm **B.** 18cm **C.** 20cm **D.** 22cm

5. Cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp tiếp xúc với AB, BC, AC theo thứ tự tại M, N, P, BC = a và chu vi bằng p. Tính AM theo a và p

A. AM = p + a **B.** AM = p – 2a **C.** AM = 2p – a **D.** AM = $\frac{p}{2}$ – a

6. Cho đường tròn (O) và điểm A ∈ (O). Vẽ đường tròn tâm I đường kính OA và dây AM của (O) cắt (I) tại N. Vẽ tiếp tuyến của (O) tại A cắt tia ON tại P. Khẳng định nào sau đây sai?

A. OP là đường trung trực của AM

B. Δ PAM là tam giác cân

C. PM là tiếp tuyến của đường tròn (O)

D. A), B) đúng ; C) sai

7. Cho hai đường tròn ngoài nhau (O) và (O'). OA và O'B là hai bán kính song song và cùng chiều với nhau. AB cắt đường tròn (O') tại C. OA và O'C cắt nhau tại I.

Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. ΔIAC cân tại I

B. I là tâm của một đường tròn tiếp xúc ngoài với hai đường tròn (O) và (O')

C. A), B) đều đúng

D. A) đúng ; B) sai

8. Cho hai đường tròn (O ; 10cm) và (O' ; 6cm) tiếp xúc ngoài tại M. Tiếp tuyến chung AB (A và B là tiếp điểm, A ∈ (O)) cắt đường thẳng OO' tại C. Độ dài CO' bằng:

A. 16cm **B.** 24cm **C.** 28cm **D.** 34cm

9. Cho tam giác ABC có $\hat{B} > \hat{C}$. Đường tròn (A ; AB) cắt cạnh AC tại M và cắt tia đối của tia AC tại N. Từ M vẽ MP song song với BN (P ∈ BC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MP = BM.tg$\frac{B - C}{2}$ **B.** MP = BM.tg$\frac{B + C}{2}$

C. MP = BN.tg(B – C) **D.** A), B), C) đều sai

10. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ hai đường kính AOB và AO'C. Gọi MN là tiếp tuyến chung của hai đường tròn, M ∈ (O), N ∈ (O'). Gọi D là giao điểm của hai tia BM và CN.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. ΔMAN vuông tại A

B. Tứ giác AMDN là hình chữ nhật

C. DA là tiếp tuyến chung của (O) và (O')

D. A), B), C) đều đúng

11. Xét bài toán: "Cho đường tròn (O;5cm) tiếp xúc với đường thẳng xy. Hãy nêu cách dựng đường tròn (I ; 3cm) tiếp xúc với đường thẳng xy và tiếp xúc ngoài với đường tròn (O)"

Hãy sắp xếp một cách hợp lí các câu sau để được lời giải của bài toán trên.

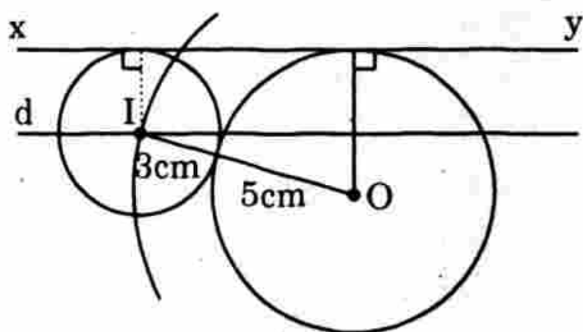
a) Dựng cung tròn (O ; 8cm) cắt d tại I

b) Dựng đường thẳng d song song với xy và cách xy 3cm

c) Dựng đường tròn (O ; 5cm) và tiếp tuyến xy

d) Dựng đường tròn (I ; 3cm)

Đó là đường tròn cần dựng



Sắp xếp nào sau đây hợp lí :

A. a), c), d), b)

B. b), a), c), d)

C. c), b), a), d)

D. A), B), C) đều không hợp lí

12. Cho hai điểm A và B tùy ý trên đường tròn (O). Vẽ tiếp tuyến xy tại A, vẽ BH vuông góc với xy tại H. Vẽ phân giác ngoài tại B của tam giác OBH cắt tia AO tại C.Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Điểm C thuộc đường tròn (O)

B. Điểm C nằm bên trong đường tròn (O)

C. Điểm C nằm bên ngoài đường tròn (O)

ĐÁP ÁN

Bài	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Câu	D	C	A	B	D	D	C	B	A	D	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

1. SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN

TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

1. (D) A), B), C) đều đúng

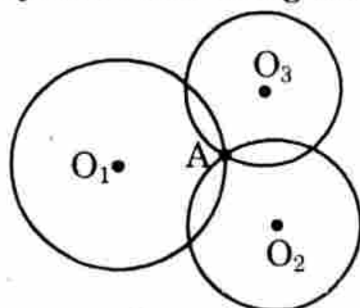
2. (C)

A. Qua một điểm ta vẽ được vô số đường tròn (H.1)

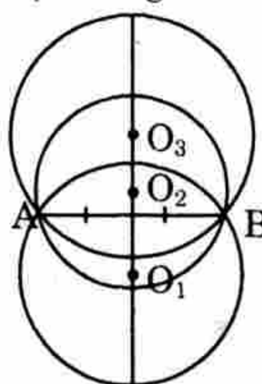
B. Qua hai điểm ta vẽ được vô số đường tròn, tâm những đường tròn đó đều thuộc đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm đã cho (H.2)

C. Qua ba điểm không thẳng hàng ta vẽ được một và chỉ một đường tròn. Tâm đường tròn đó là giao điểm các đường trung trực của các đoạn thẳng tạo bởi ba điểm đó (H.3)

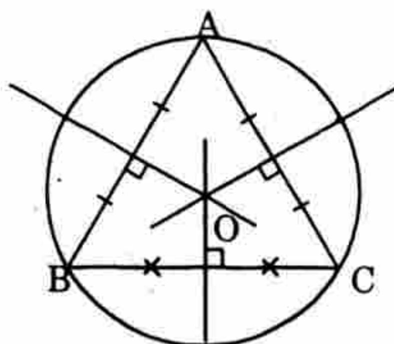
D. Qua ba điểm thẳng hàng ta không vẽ được đường tròn nào (H.4)



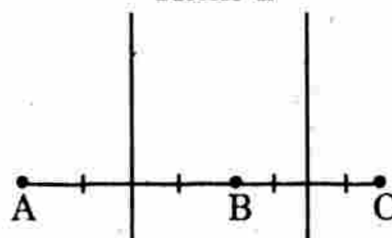
Hình 1



Hình 2



Hình 3



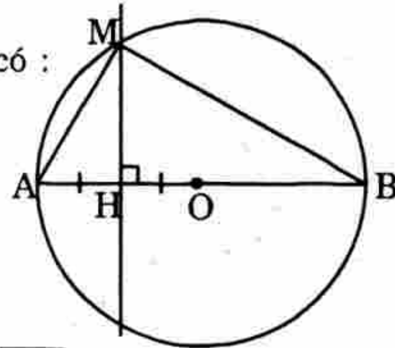
Hình 4

3. (D) **Nhắc lại định lý sau :**

a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền

b) Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông

4. Ⓑ ΔAMB nội tiếp đường tròn (O) có AB là đường kính nên ΔAMB vuông tại M



Từ tam giác AMB đường cao MH, ta có :

$MH^2 = HA.HB$ (*)

Do $HA = HO = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}R$

$\Rightarrow HB = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$

$(*) \Rightarrow MH^2 = \frac{1}{2}R.\frac{3}{2}R = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow MH = \sqrt{\frac{3R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

Ta có : $S_{AMB} = \frac{1}{2}MH.AB = \frac{1}{2}.\frac{R\sqrt{3}}{2}.2R = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$

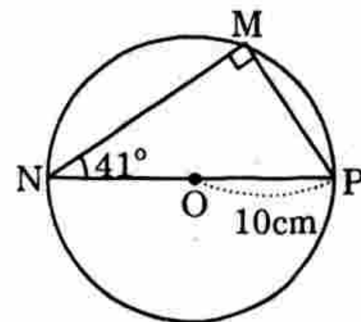
5. Ⓐ Ta có : $\begin{cases} BC^2 = 6^2 = 36 & (1) \\ AB^2 + AC^2 = (3,6)^2 + (4,8)^2 = 36 & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

$\Rightarrow$ BC là đường kính đường tròn (O ; R) ngoại tiếp ΔABC

$\Rightarrow R = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.6 = 3$ (cm)

6. Ⓑ ΔMNP vuông tại M nội tiếp đường tròn (O ; 10cm) nên cạnh huyền NP là đường kính của (O)



$\Rightarrow NP = 20cm$

Từ ΔMNP có $\widehat{M} = 90^\circ$, $\widehat{N} = 41^\circ$. Ta có :

$MN = NP.\cos41^\circ = 20.0,7547 = 15,0941 \approx 15$ (cm)

$MP = NP.\sin41^\circ = 20.0,656 = 13,1211 \approx 13$ (cm)

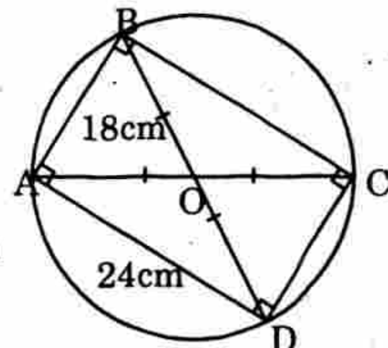
$CV_{MNP} = MN + MP + NP = 15 + 13 + 20 = 48$ (cm)

7. Ⓓ Theo tính chất hình chữ nhật: "Hai đường chéo của hình chữ nhật bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường"

- ABCD là hình chữ nhật (gt)

$\Rightarrow OA = OB = OC = OD$

Do đó O là tâm đường tròn đi qua A, B, C, D

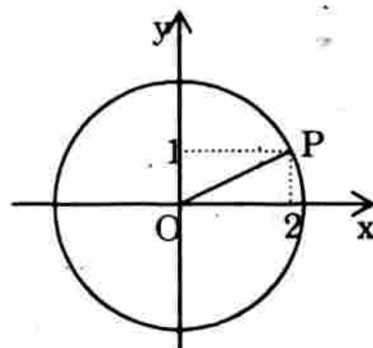


- ΔABD vuông tại A nội tiếp đường tròn (O) nên BD là đường kính của (O).

Do đó BD là trục đối xứng của đường tròn (O)

Ta có : $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{18^2 + 24^2} = \sqrt{900} = 30$ (cm)

$\Rightarrow R = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}.30 = 15cm$



8. (C) Ta có : $OP^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow OP = \sqrt{5}$

Vậy điểm P nằm trên đường tròn $(O ; \sqrt{5})$

9. (A) Lời giải của bài toán như sau :

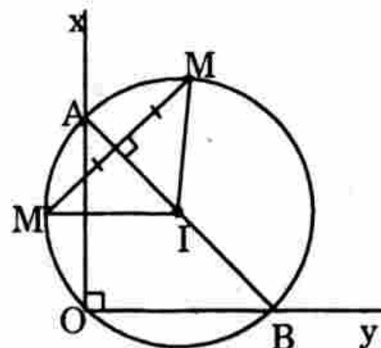
c) Dựng tam giác ABC

b) Dựng d và d' theo thứ tự là đường trung trực của AB và BC, d và d' cắt nhau tại O

a) Dựng đường tròn tâm O bán kính OA

Đó là đường tròn ngoại tiếp ΔABC cần dựng

(Xem hình vẽ ở đề bài)



10. (C) Ta có :

- M và M' đối xứng nhau qua AB

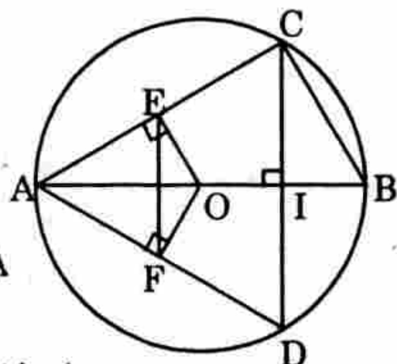
$\Rightarrow$ AB là đường trung trực của MM' (1)

- ΔAOB vuông tại O (gt)

$\Rightarrow$ AB là đường kính của đường tròn (I) hay $I \in AB$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow$ IM = IM'. Mà $M \in (I)$ nên $M' \in (I)$

2. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN
LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY



1. (D)

A. Ta có : $AB \perp CD$ tại I (gt) (1)

$\Rightarrow$ IC = ID (2)

(1) và (2) $\Rightarrow$ AB là đường trung trực của dây CD $\Rightarrow$ AC = AD $\Rightarrow$ ΔABC cân tại A

B. Ta có : AC = AD (cmt)

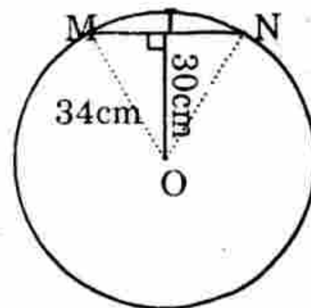
$\Rightarrow$ OE = OF (hai dây bằng nhau thì cách đều tâm)

C. Ta có: EA = EC (vì $OE \perp AC$) (3)

và FA = FD (vì $OF \perp AD$) (4)

(3) và (4) $\Rightarrow$ EF là đường trung bình của ΔACD $\Rightarrow EF = \frac{1}{2}CD$

2. Ⓑ Từ ΔOIM vuông tại I, ta có :



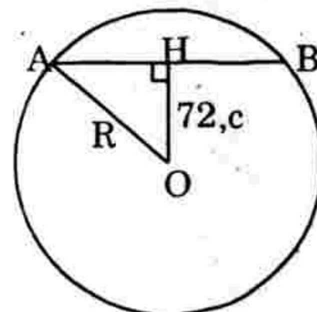
$MI = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{34^2 - 30^2}$

$= \sqrt{256} = 16$ (cm)

Do $OI \perp MI$ (gt) $\Rightarrow MI = IN$

$\Rightarrow MN = 2MI = 2.16 = 32$ (cm)

3. Ⓐ Ta có $OH \perp AB$ (gt)



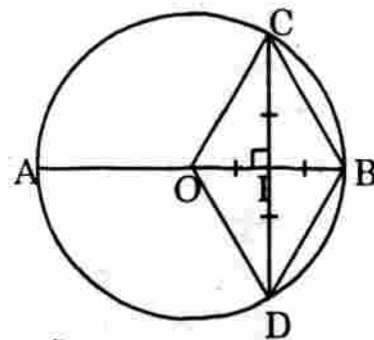
$\Rightarrow HA = HB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}.19,2 = 9,6$ (cm)

Từ ΔOHA vuông tại H, ta có :

$OA = \sqrt{OH^2 + HA^2}$

$= \sqrt{(7,2)^2 + (9,6)^2} = \sqrt{144} = 12$ (cm)

4. Ⓒ Ta có :

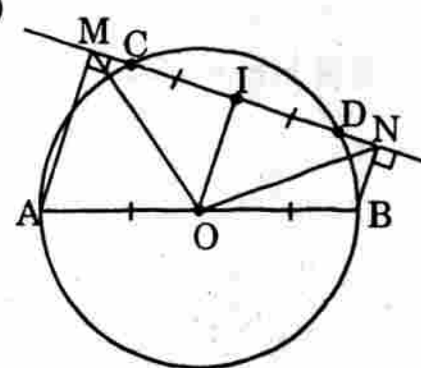


- IO = IB (gt) (1)
- IC = ID (vì $OB \perp CD$) (2)
- $CD \perp OB$ (gt) (3)

(1), (2) và (3) $\Rightarrow$ Tứ giác OCBD là hình thoi (vì có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường)

* **Ghi chú:** Học sinh có thể chứng minh ΔOBC và ΔOBD là hai tam giác đều để suy ra OC = BC = BD = OD. Từ đó suy ra tứ giác OCBD là hình thoi

5. Ⓐ Ta có: AM // BN (cùng vuông góc với CD)



$\Rightarrow$ Tứ giác AMNB là hình thang vuông

Ta có : IC = ID (gt)

$\Rightarrow OI \perp CD$ (1)

$\Rightarrow$ OI // AM // BN

Trong hình thang AMNB có OA = OB (gt) và OI // AM // AN

$\Rightarrow$ IM = IN (2)

Từ (1) và (2) ta có OI vừa là đường cao, vừa là trung tuyến của ΔMON nên tam giác này cân tại O

6. Ⓓ

Ta có : HA = HB (gt) $\Rightarrow OH \perp AB$

KC = KD (gt) $\Rightarrow OK \perp CD$

Do: AB = CD (gt) $\Rightarrow$ OH = OK

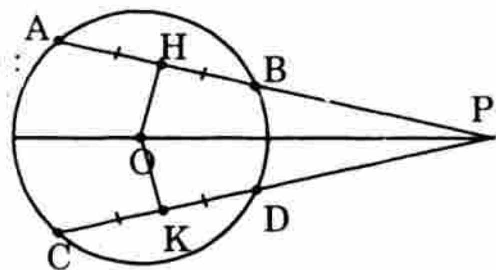
Hai tam giác vuông OHP và OKP có :

OP : cạnh huyền chung ;

OH = OK (cmt)

Do đó ΔOHP = ΔOKP

$\Rightarrow$ PH = PK và $\widehat{OPH} = \widehat{OPK}$



7. (B) ΔMNP nội tiếp đường tròn (O) có cạnh MN là đường kính của (O)

$\Rightarrow$ ΔMNP vuông tại P

$\Rightarrow$ $NP = \sqrt{MN^2 - MP^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ (cm)

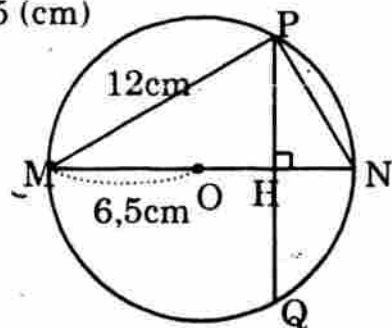
Từ ΔMNP đường cao PH, ta có :

PH.MN = PM.PN

$\Rightarrow PH = \dfrac{PM.PN}{MN} = \dfrac{12.5}{13} \approx 4,6$ (cm)

Ta có : MN $\perp$ PQ (gt) $\Rightarrow$ HP = HQ

$\Rightarrow$ PQ = 2.HP = 2.4,6 = 9,2 (cm)



8. (A) Vẽ OM $\perp$ AB $\Rightarrow$ MA = MB = 12cm

Từ ΔOMA vuông tại M, ta có :

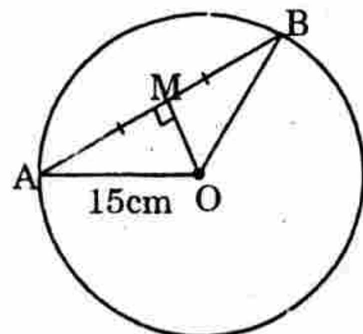
$\text{CosA} = \dfrac{AM}{OA} = \dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \widehat{A} = 37^o$

ΔAOB có OA = OB = 15cm

$\Rightarrow$ ΔAOB cân tại O $\Rightarrow$ $\widehat{A} = \widehat{B} = 37^o$

$\Rightarrow \widehat{O} = 180^o - 2.37^o = 106^o$

Vậy các góc trong ΔOAB là: $\widehat{O} = 106^o$, $\widehat{A} = \widehat{B} = 37^o$

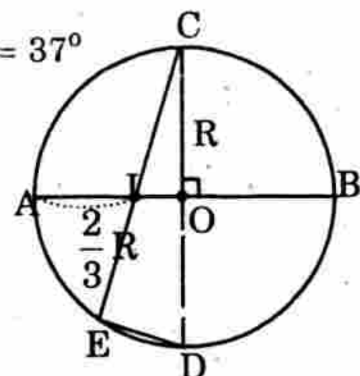


9. (C) Ta có: $AI = \dfrac{2AO}{3} = \dfrac{2R}{3}$

$\Rightarrow OI = R - \dfrac{2R}{3} = \dfrac{R}{3}$

Từ ΔOCI vuông tại O, ta có :

$$CI = \sqrt{OC^2 + OI^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{10R^2}{9}} = \frac{R\sqrt{10}}{3}$$



ΔCED nội tiếp đường tròn (O) có cạnh CD là đường kính

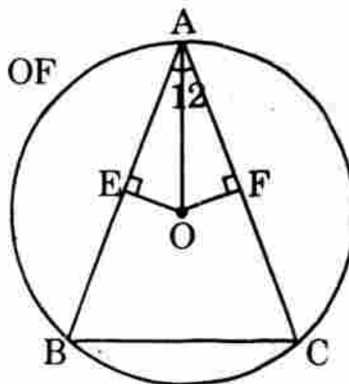
$\Rightarrow$ ΔCED vuông tại E

Hai tam giác vuông COI và CED có $\widehat{C}$ chung

$\Rightarrow \Delta COI \sim \Delta CED \Rightarrow \dfrac{CO}{CE} = \dfrac{CI}{CD}$

$\Rightarrow CE = \dfrac{CO.CD}{CI} = \dfrac{R.2R}{\dfrac{R\sqrt{10}}{3}} = \dfrac{6R}{\sqrt{10}} = \dfrac{3R\sqrt{10}}{5}$

10. (D) Ta có ΔABC cân tại A $\Rightarrow$ AB = AC $\Rightarrow$ OE = OF



Hai tam giác vuông AOE và AOF có :

OA : cạnh huyền chung

OE = OF (cmt) $\Rightarrow \Delta AOE = \Delta AOF$

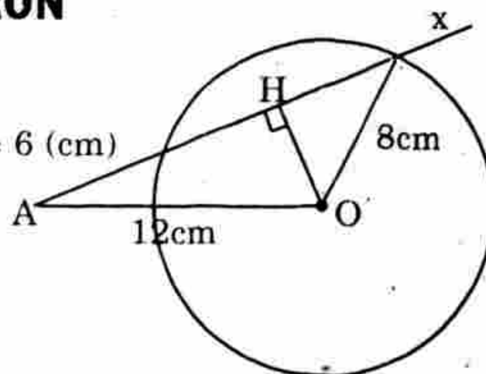
$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{A_1} = \widehat{A_2} & (1) \\ AE = AF & (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow$ AO là tia phân giác của $\widehat{BAC}$

(2) $\Rightarrow \Delta AEF$ cân tại A

3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

1. (C) Từ ΔAOH vuông tại H, ta có :



OH = OA.sinA = 12.sin30° = 12.0,5 = 6 (cm)

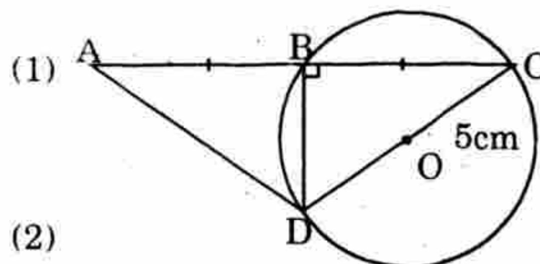
$\Rightarrow$ OH < R (bán kính)

Vậy tia Ax và đường tròn (O) cắt nhau tại hai điểm

2. Điền vào chỗ trống (...) :

Vị trí tương đối của a và (O)	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
a và (O) cắt nhau	2	d < R
a và (O) tiếp xúc nhau	1	d = R
a và (O) không giao nhau	0	d > R

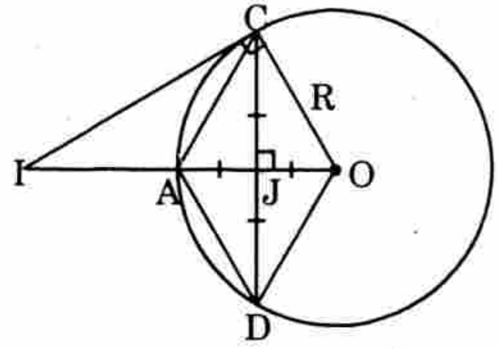
3. (A) Ta có:



- AB = BC (gt) (1)
- ΔCBD nội tiếp đường tròn (O) có cạnh DC là đường kính nên $\widehat{CBD} = 90^\circ$ hay DB $\perp$ AC (2)

(1) và (2) $\Rightarrow$ DB là đường trung tuyến đồng thời là đường cao của ΔACD nên tam giác này cân tại D $\Rightarrow$ DA = DC = 10cm

4. Ⓓ



A. Gọi J là giao điểm của OA và CD.

Do CD là đường trung trực của OA

$\Rightarrow$ CA = CO = R

Do đó OA = OC = CA = R (1)

Vậy ΔOAC là tam giác đều

B. Chứng minh tương tự trên, ta có :

OA = OD = AD = R (2)

(1) và (2) $\Rightarrow$ OC = OD = AC = AD = R

Vậy tứ giác OCAD là hình thoi

- **Cách khác :** Ta có: CD $\perp$ OA (gt) (1)

  JO = JA (gt) (2)

  JC = JD (vì OA $\perp$ CD) (3)

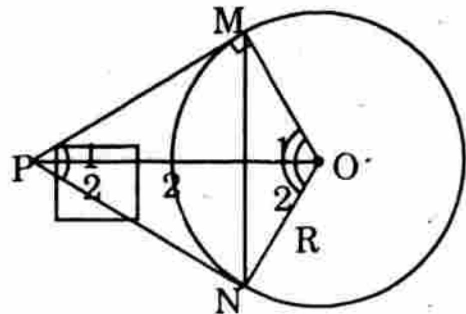
(1), (2) và (3) $\Rightarrow$ OCAD là hình thoi

C. Xét tam giác OCI, ta có :

- $\widehat{OCI} = 90^\circ$ (tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm)
- $\widehat{COI} = 60^\circ$ (vì ΔOAC đều) $\Rightarrow$ CI = OC.tgCOI = R.tg60° = $R\sqrt{3}$

5. Ⓒ

A. Ta có PM $\perp$ OM (tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm)



$\Rightarrow \widehat{OMP} = 90^\circ$

Từ ΔOMP vuông tại M, ta có :

$$\cos POM = \frac{OM}{OP} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \widehat{POM} = 60^\circ$

Ta có: $\widehat{POM} = \widehat{PON} = 60^\circ$ (theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau). Do đó : $\widehat{MON} = 120^\circ$

B. Ta có : PM = PN (theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \Delta PMN$ cân tại P (1)

Từ ΔOMP, ta có : $\widehat{O_1} + \widehat{P_1} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{P_1} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\Rightarrow \widehat{P_1} = \widehat{P_2} = 30^\circ$ (theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)

Do đó $\widehat{MPN} = 60^\circ$ (2)

(1) và (2) ⇒ ΔPMN là tam giác đều

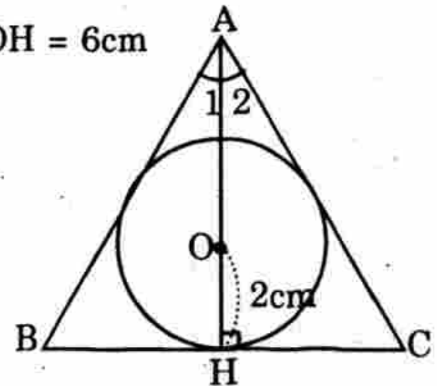
C. ΔOMN cân tại O, có $\widehat{MON} = 120^o$ (cmt)

$\Rightarrow \widehat{OMN} = \widehat{ONM} = 30^o \Rightarrow \widehat{MON} > \widehat{OMN} \Rightarrow MN > ON$

* **Nhắc lại :** Trong một tam giác cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn

6. Ⓑ **Ghi nhớ :**

- Trong tam giác đều ABC, đường cao AH đồng thời là đường phân giác của $\widehat{A}$, đường trung tuyến, đường trung trực của BC.
- Do đó: Trong tam giác đều ABC, điểm O là tâm đường tròn nội tiếp đồng thời là trực tâm, trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của của tam giác đó.



Từ đó ta có : $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 30^o$ và AH = 3.OH = 6cm

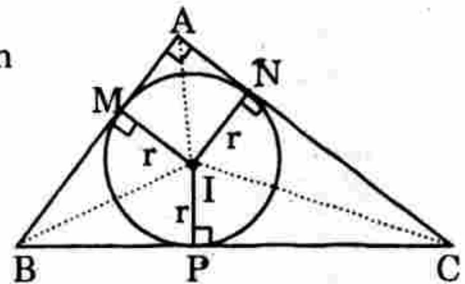
ΔAHB vuông tại H, ta có: $\cos A_1 = \dfrac{AH}{AB}$

$$\Rightarrow AB = \frac{AH}{\cos A_1} = \frac{6}{\cos 30^o} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{3}\ (cm)$$

$\Rightarrow AB = AC = BC = 4\sqrt{3}$ (cm) (ΔABC đều)

Ta có: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.BC.AH = \dfrac{1}{2}.4\sqrt{3}.6 = 12\sqrt{3}\ (cm^2)$

7. Ⓐ Đường tròn (I, r) tiếp xúc với các cạnh AB, AC, BC theo thứ tự tại M, N, P. Ta đã biết tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.



Do đó: IM ⊥ AB ; IN ⊥ AC ; IP ⊥ BC

Ta có: $S_{AIB} = \dfrac{1}{2}IM.AB = \dfrac{1}{2}.r.AB$ (1)

$S_{AIC} = \dfrac{1}{2}IN.AC = \dfrac{1}{2}.r.AC$ (2)

$S_{BIC} = \dfrac{1}{2}IP.BC = \dfrac{1}{2}.r.BC$ (3)

Cộng (1), (2) và (3) vế theo vế :

$\underbrace{S_{AIB} + S_{AIC} + S_{BIC}}_{S_{ABC}} = \dfrac{1}{2}.r(AB + AC + BC)$ (4)

Mà $\begin{cases} S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{6.8}{2} = 24\ (cm^2) \\ BC = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\ (cm) \end{cases}$

(4) $\Rightarrow 24 = \dfrac{1}{2}r(6 + 8 + 10) \Rightarrow r = 48 : 24 = 2\ (cm)$

8. Ⓒ Lời giải của bài toán như sau :

d) Dựng góc xAy khác góc bẹt và lấy điểm D trên cạnh Ax.

c) Qua D dựng đường thẳng d vuông góc với Ax

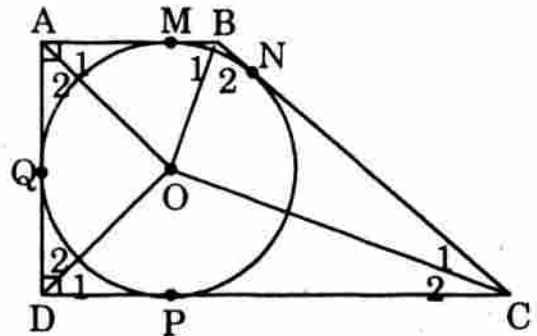
a) Dựng tia phân giác At của góc xAy cắt d tại O

b) Dựng đường tròn (O ; OD). Đó là đường tròn cần dựng

(Xem hình vẽ ở đề bài)

9. Ⓑ

- Đường tròn (O) tiếp xúc với các cạnh AB, BC, CD, DA theo thứ tự tại M, N, P, Q



- $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^o$ (hai góc trong cùng phía)

Do $\widehat{B} = 2\widehat{C}$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{B} = 120^o, \widehat{C} = 60^o$

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có :

- $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \widehat{D_1} = \widehat{D_2} = 45^o$ (vì $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^o$)

$\widehat{B_1} = \widehat{B_2} = 60^o$; $\widehat{C_1} = \widehat{C_2} = 30^o$

- AM = AQ. BM = BN, CN = CP, DP = DQ

A. Chu vi của hình thang ABCD bằng :

$$AB + BC + CD + DA = AM + MB + BN + NC + CP + PD + DQ + AQ$$

$$= \underbrace{AM + MB + AQ + BN}_{2AB} + \underbrace{NC + CP + PD + DQ}_{2CD}$$

$$= 2(AB + CD)$$

Vậy $CV_{ABCD} = 2(AB + CD)$

B. Ta có : $\widehat{A_2} = \widehat{D_2} = 45^o$ (cmt) $\Rightarrow \Delta AOD$ vuông cân tại O

C. Ta có : $\widehat{B_2} = 60^o, \widehat{C_1} = 30^o$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta BOC$ vuông tại O hay ΔBOC bằng nửa tam giác đều cạnh là BC, ta thấy OB đối diện với góc $\widehat{C_1} = 30^o$ nên $OB = \dfrac{1}{2}BC$

- **Cách khác**: Từ ΔBOC vuông tại O, ta có :

$$\sin C_1 = \frac{OB}{BC} \Rightarrow OB = \sin 30^o.BC = \frac{1}{2}BC$$

10. **(D)**

A. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC nên I thuộc tia At là phân giác của góc BAC

J là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc BAC nên J thuộc tia At

Vậy A, I, J thẳng hàng vì cùng thuộc tia At

B. BI là phân giác của góc ABC và BJ là phân giác của góc CBE

Mà $\widehat{ABC}$ và $\widehat{CBE}$ là hai góc kề bù nên $BI \perp BJ$

Vậy ΔIBJ vuông ở B

C. Tương tự câu B) ta có ΔICJ vuông ở C

Hai tam giác vuông IBJ và ICJ có chung cạnh huyền IJ nên nội tiếp đường tròn đường kính IJ

Vậy B, I, C, J cùng thuộc một đường tròn

* **Ghi nhớ :**

- Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm các phân giác của tam giác đó
- Tâm của đường tròn bàng tiếp trong góc A của ΔABC là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C hoặc là giao điểm của đường phân giác góc A và đường phân giác góc ngoài tại B (hoặc C). Với một tam giác có ba đường tròn bàng tiếp

4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

1. (B) Ta có : OA = OB = R và O'A = O'B = R'

Do đó O, O' thuộc đường trung trực của dây AD

Vậy OO' là đường trung trực của dây AB

* **Chú ý**

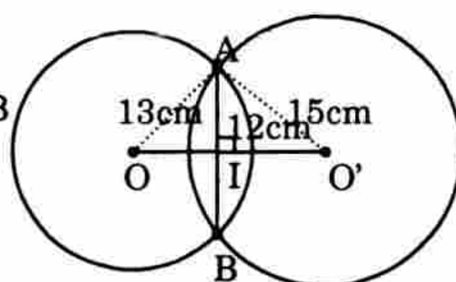
Ta có : OA = OB = R và O'A = O'B = R'

Mà R ≠ R' (gt) ⇒ OA ≠ O'A, OB ≠ O'B

⇒ AB không phải là đường trung trực của O'.

Từ đó tứ giác OAO'B không phải là hình thoi

2. (C)



Gọi I là giao điểm của OO' và AB

Ta có : OO' là đường trung trực của AB

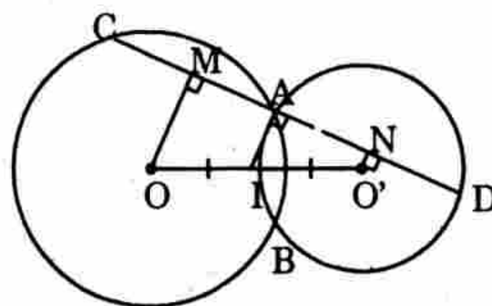
Nên $\begin{cases} \widehat{AIO} = \widehat{AIO'} = 90^0 \\ IA = IB = \frac{1}{2}.AB = 12\ (cm) \end{cases}$

Từ ΔAIO vuông tại I, ta có: $OI = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5\ (cm)$

Từ ΔAIO' vuông tại I, ta có: $O'I = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9\ (cm)$

Do đó : OO' = 5 + 9 = 14cm

3. (A)



Vẽ OM ⊥ AC tại M

$\Rightarrow MA = MC = \frac{1}{2}AC$ (1)

O'N ⊥ AD tại N

$\Rightarrow NA = ND = \frac{1}{2}AD$ (2)

Hình thang vuông OO'NM có : IO = IO' (gt) và IA // OM // O'N

⇒ MA = NA

(1) và (2) ⇒ AC = AD

4. (B)

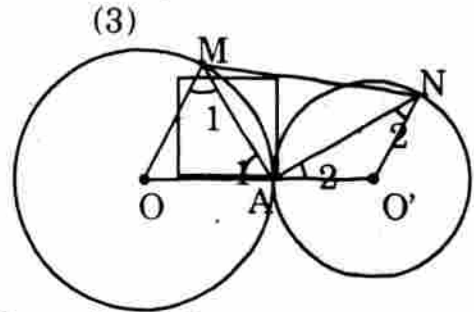
ΔOAM cân tại O ⇒ $\widehat{AOM} = 180^0 - 2\widehat{A_1}$ (1)

ΔO'AN cân tại O' ⇒ $\widehat{AO'N} = 180^0 - 2\widehat{A_2}$ (2)

Cộng (1) và (2) vế theo vế ta được :

$\widehat{AOM} + \widehat{AO'N} = 360^0 - 2(\widehat{A_1} + \widehat{A_2})$

$\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \dfrac{360^o - (\widehat{AOM} + \widehat{AO'N})}{2}$ (3)



Mà $\widehat{AOM} + \widehat{AO'N} = 180^o$

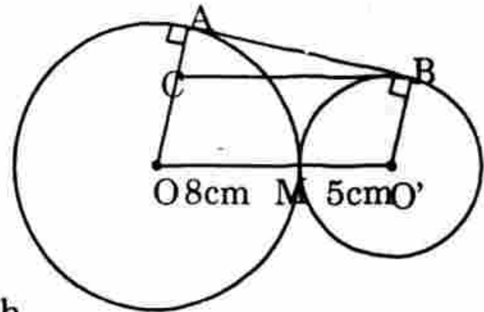
(vì hai góc trong cùng phía)

(3) $\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \dfrac{360^o - 180^o}{2} = 90^o$

Ta có : $\widehat{MAN} = 180^o - (\widehat{A_1} + \widehat{A_2}) = 180^o - 90^o = 90^o$

Vậy ΔMAN vuông ở A

5. Ⓒ



Vẽ BC // OO' (C $\in$ OA) (1)

Ta có OA // O'B

(vì cùng vuông góc với AB) (2)

(1) và (2) $\Rightarrow$ OCBO' là hình bình hành

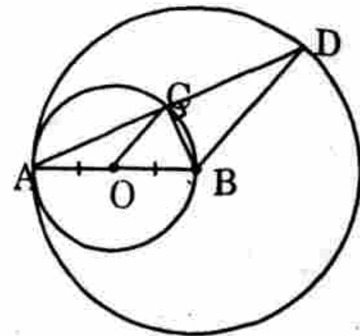
$\Rightarrow$ OC = O'B = 5cm và BC = OO' = 13cm

Ta còn có AC = OA – OC = 8 – 5 = 3 (cm)

Từ ΔABC vuông tại A, suy ra :

$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 3^2} = \sqrt{160} \approx 12,65$ (cm)

6. Ⓓ



A. Ta có : $\begin{cases} \text{A, O, B thẳng hàng} & (1) \\ OB = AB - OA & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow$ Hai đường tròn (O ; OA)

và (B ; BA) tiếp xúc trong tại A

B. ΔABC nội tiếp đường tròn (O)

có cạnh AB là đường kính nên tam giác này vuông tại C

$\Rightarrow BC \perp AD \Rightarrow AC = CD$

C. Ta có : OA = OB, AC = CD

$\Rightarrow$ OC là đường trung bình của ΔABD $\Rightarrow$ OC // BD

* **Cách khác :** Ta có :

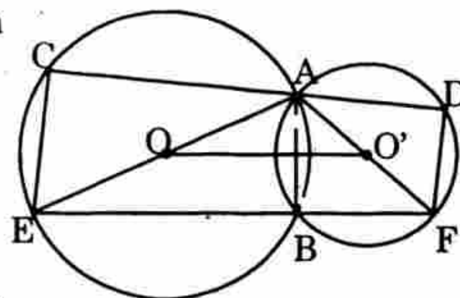
– ΔAOC cân tại O $\Rightarrow \widehat{OAC} = \widehat{OCA}$ (1)

– ΔABD cân tại B $\Rightarrow \widehat{OAC} = \widehat{BDA}$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow \widehat{OCA} = \widehat{BDA} \Rightarrow$ OC // BD

7. Ⓒ

A. ΔABE nội tiếp đường tròn (O) có cạnh AE là đường kính nên $\widehat{ABE} = 90^o$



Tương tự ta có $\widehat{ABF} = 90^o$

$\Rightarrow \widehat{EBF} = \widehat{ABE} + \widehat{ABF} = 90^o + 90^o = 180^o$

Vậy E, B, F thẳng hàng

B. Tương tự trên ta có $\widehat{ACE} = \widehat{ADF} = 90^o$

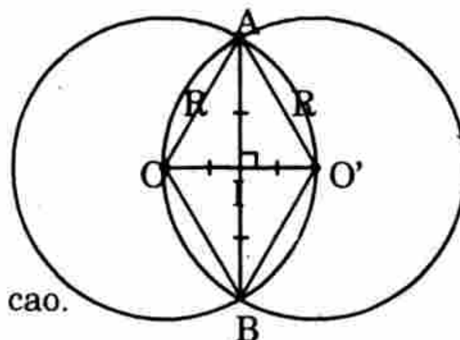
$\Rightarrow EC \perp CD,\ FD \perp CD$

$\Rightarrow EC \mathbin{/\mkern-6mu/} FD$ (cùng vuông góc với CD)

C. Ta có: OA = OE và O'A = O'F

$\Rightarrow$ OO' là đường trung bình của $\Delta AEF \Rightarrow OO' = \dfrac{1}{2}EF$

8. Ⓐ



Ta có : OA = OB = O'A = O'B = R

$\Rightarrow$ Tứ giác OAO'B là hình thoi

$\Rightarrow S_{OAO'B} = \dfrac{OO'.AB}{2}$

$\Delta OAO'$ là tam giác đều có AI là đường cao.

$\Rightarrow AI = \dfrac{OA\sqrt{3}}{2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$; $AB = 2AI = R\sqrt{3}$

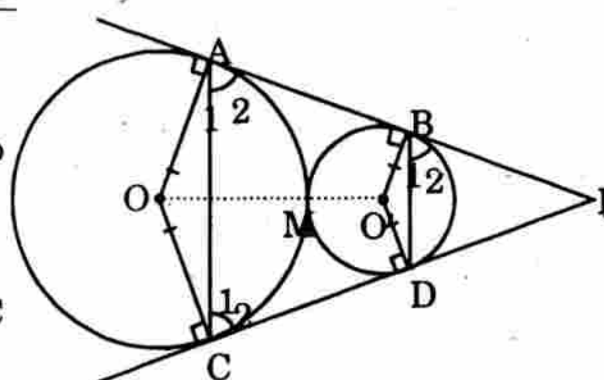
Do đó : $S_{OAO'B} = \dfrac{R.R\sqrt{3}}{2} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{2}$

*** Ghi nhớ :**

Cho tam giác đều cạnh a, đường cao h, ta có :

$h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $a = \dfrac{2h\sqrt{3}}{2}$; $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

9. Ⓓ



A. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có :

IB = ID và IA = IC

$\Rightarrow$ Hai tam giác IBD và IAC cùng cân tại I

Hai tam giác cân này có góc ở đỉnh chung là góc AIC.

Nên chúng đồng dạng

B. $\Rightarrow \widehat{B_2} = \widehat{A_2} \Rightarrow \underbrace{90^o - \widehat{B_2}}_{\widehat{B_1}} = \underbrace{90^o - \widehat{A_2}}_{\widehat{A_1}}$ (vì $\widehat{B} = \widehat{A} = 90^o$)

Hai tam giác cân BO'D và AOC có một góc ở đáy bằng nhau ($\widehat{B_1} = \widehat{A_1}$) nên chúng đồng dạng

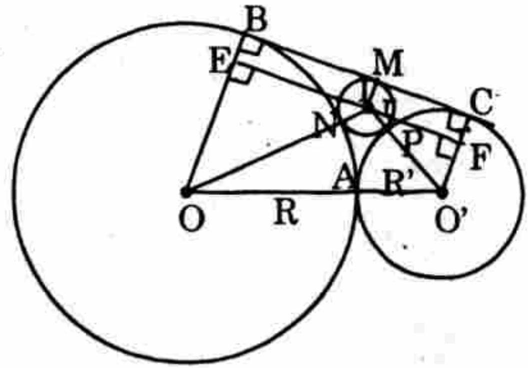
C. Ta có: $\widehat{B_2} = \widehat{A_2}$ (cmt)

Hai góc này ở vị trí đồng vị và bằng nhau nên BD // AC

10. Ⓑ

Gợi ý cách giải :

Qua I vẽ EF // BC, ta tính được :



- $BC = EF = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} = 2\sqrt{RR'}$
- $IE = \sqrt{(R + r)^2 - (R - r)^2} = 2\sqrt{Rr}$
- $IF = \sqrt{(R' + r)^2 - (R' - r)^2} = 2\sqrt{R'r}$
- IE + IF = EF

Hay $2\sqrt{Rr} + 2\sqrt{R'r} = 2\sqrt{RR'}$

$\Rightarrow \sqrt{r}(\sqrt{R} + \sqrt{R'}) = \sqrt{RR'}$

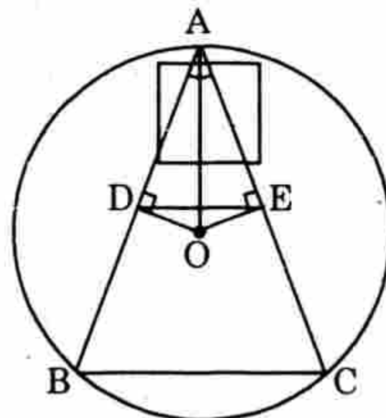
$\Rightarrow r(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = 5.3$

$\Rightarrow r = \dfrac{15}{8 + 2\sqrt{15}} = \dfrac{15}{15,75} = 0,95$ (cm)

Vậy r = 0,95cm

ÔN TẬP CHƯƠNG II

1. (D)



A. ΔABC cân tại A

$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow OD = OE$

$\Delta AOD = \Delta AOE$ (ch_cgv)

$\Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OAC}$

B. $OD \perp AB \Rightarrow AD = DB = \frac{1}{2}AB$

$OE \perp AC \Rightarrow AE = EC = \frac{1}{2}Ac$

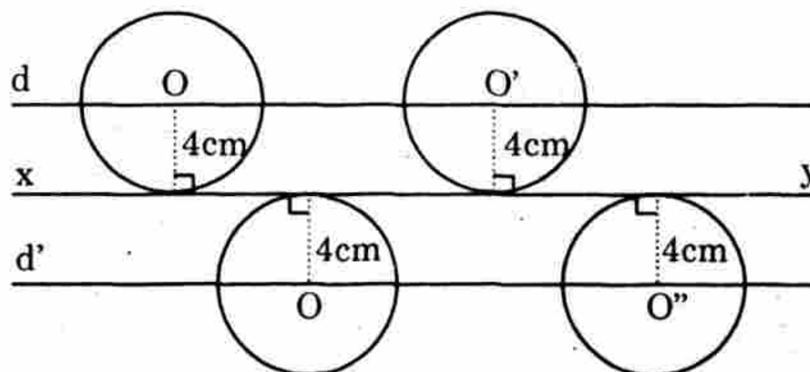
$\Rightarrow AD = AE$ (vì $AB = AC$) $\Rightarrow \Delta ADE$ cân tại A

C. Ta có: $AD = AE$, $OD = OE$

$\Rightarrow$ A và O thuộc đường trung trực của DF

Vậy AO là đường trung trực của DE

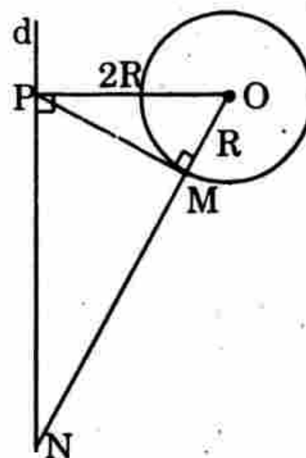
2. (C)



Tâm O của tất cả các đường tròn có bán kính 4cm và tiếp xúc với đường thẳng xy nằm trên hai đường thẳng d và d' song song với xy và cùng cách xy 4cm

(Học sinh tự chứng minh)

3. (A) Ta có :



$PM \perp OM$ (tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm)

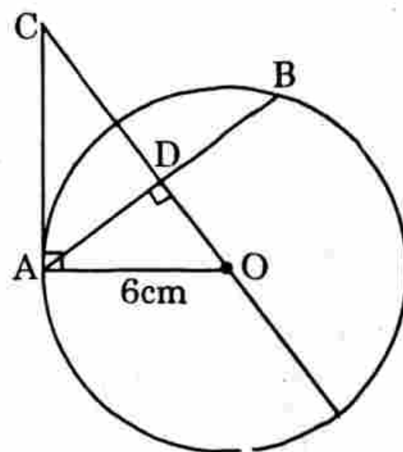
Từ ΔOMP vuông tại M, ta có :

$$\sin OPM = \frac{OM}{OP} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{OPM} = 30^\circ$$

mà $\widehat{OPM} = \widehat{ONP}$ (cùng phụ với $\widehat{MPN}$)

Do đó $\widehat{ONP} = 30^\circ$

4. (B) Ta có :



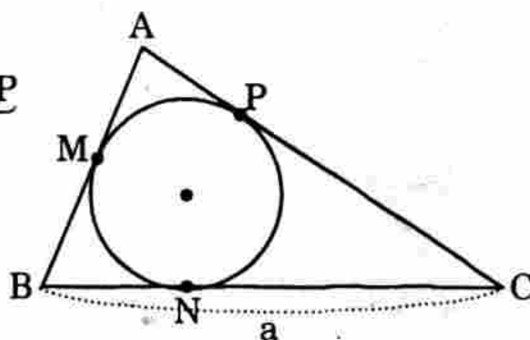
- $OC \perp AB \Rightarrow DA = DB = 4\sqrt{2}$ cm
- ΔOAD vuông tại D, ta có :

  $OD = \sqrt{6^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2$ (cm)
- $AC \perp OA$ (tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm)
- ΔOAC vuông tại A, đường cao AD

  Ta có : $OA^2 = OC.OD$

$\Rightarrow OC = \dfrac{OA^2}{OD} = \dfrac{6^2}{2} = 18$ (cm)

5. (D) Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có :



$AM = AP$; $BM = BN$; $CN = CP$

$P = \underbrace{AM + AP}_{2AM} + \underbrace{BM + BN}_{2BN} + \underbrace{CN + CP}_{2CN}$

$= 2AM + \underbrace{2(BN + CN)}_{BC}$

$\Rightarrow 2AM = p - 2BC = p - 2a$

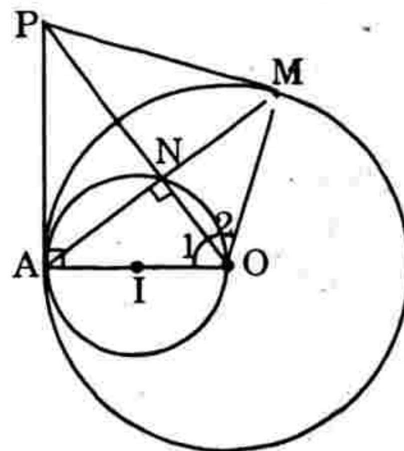
$\Rightarrow AM = \dfrac{p}{2} - a$

6. (D)

A. Ta có: $OP \perp AM$ (1) $\Rightarrow NA = NM$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow$ OP là đường trung trực của AM (3)

B. (3) $\Rightarrow PA = PM \Rightarrow \Delta PAM$ cân ở P



C. Hai tam giác OAP và OMP có :

OP : Cạnh chung

PA = PM (cmt)

OA = OM = R

Do đó $\Delta OAP = \Delta OMP$ (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{OAP} = \widehat{OMP} = 90^\circ$ (vì $\widehat{OAP} = 90^\circ$)

$\Rightarrow OM \perp PM$

$\Rightarrow$ PM là tiếp tuyến (M là tiếp điểm) của đường tròn (O)

• **Cách khác**

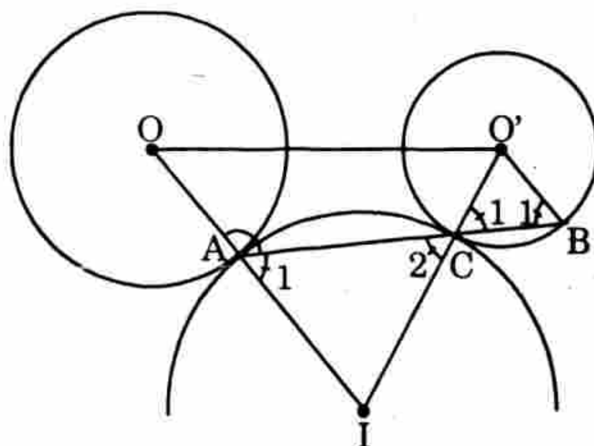
Ta có OP là đường trung trực của AM nên OP là trục đối xứng của tứ giác OAPM

$\Rightarrow \widehat{OMP} = \widehat{OAP} = 90^{o}$ (vì $\widehat{OAP} = 90^{o}$)

$\Rightarrow OM \perp OP$

$\Rightarrow$ PM là tiếp tuyến (M là tiếp điểm) của đường tròn (O)

7. Ⓒ



A. Ta có: • $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (so le trong)

• $\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$ (ΔO'BC cân tại O')

• $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{C_2}$

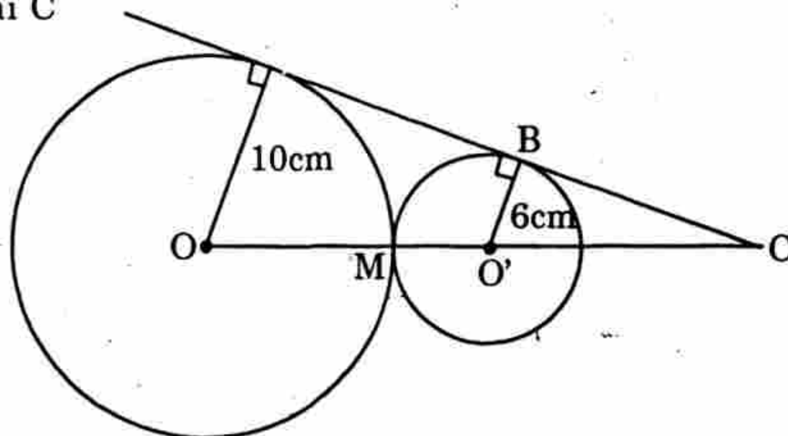
$\Rightarrow$ ΔIAC cân tại I

B. Ta có : $\begin{cases} \text{O, A, I thẳng hàng} & (1) \\ OI = OA + AI & (2) \end{cases}$

(1) và (2) $\Rightarrow$ Hai đường tròn (I, IA) và (I ; OA) tiếp xúc ngoài tại A

Tương tự ta có hai đường tròn (I ; IC) và (O' ; O'B) tiếp xúc ngoài tại C

8. Ⓑ



Ta có : O'B // OA (cùng vuông góc với AB)

Theo hệ quả của định lí Ta–lét, ta có :

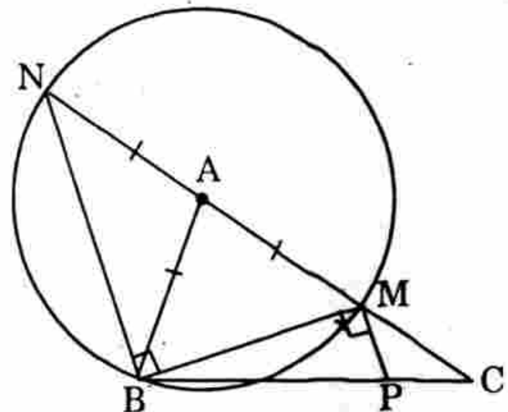
$$\frac{CO'}{CO} = \frac{O'B}{OA} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{CO'}{\underbrace{CO - CO'}_{OO'}} = \frac{3}{\underbrace{5-3}_{2}} \quad (*)$$

Do (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại M nên :

OO' = OM + O'M = 10 + 6 = 16 (cm)

$$(*) \Rightarrow \frac{CO'}{16} = \frac{3}{2} \Rightarrow CO' = \frac{16.3}{2} = 24 \text{ (cm)}$$

9. Ⓐ ΔMBN nội tiếp đường tròn (A), có cạnh MN là đường kính nên vuông tại B



$\Rightarrow BM \perp BN$

$\Rightarrow MP \perp BM$ (vì MP // BN)

Từ ΔBMP vuông tại M, ta có :

$MP = BM.tg\widehat{MBP}$ (1)

Từ ΔBMC, ta có :

$\widehat{C} + \widehat{MBP} = \widehat{BMA} = \widehat{ABM}$ (2)

mà $\widehat{ABM} = \widehat{ABC} - \widehat{MBP}$

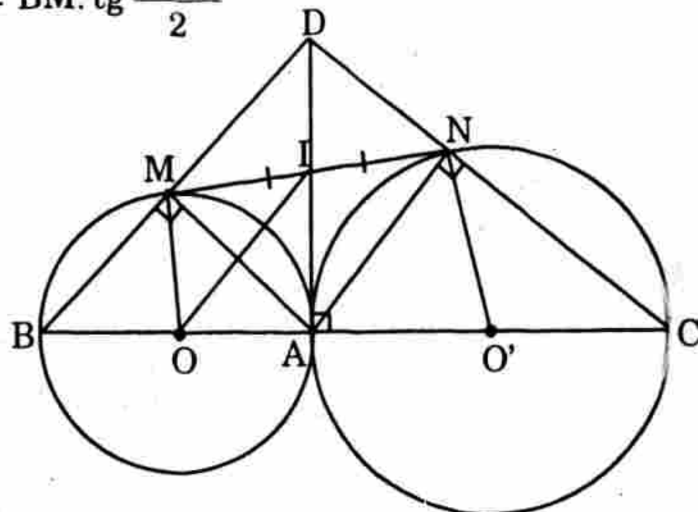
$(2) \Rightarrow \widehat{C} + \widehat{MBP} = \widehat{ABC} - \widehat{MBP}$

$\Rightarrow 2\widehat{MBP} = \widehat{ABC} - \widehat{C}$

$\Rightarrow \widehat{MBP} = \dfrac{\widehat{B} - \widehat{C}}{2}$

$(1) \Rightarrow MP = BM.\,tg\dfrac{B - C}{2}$

10. Ⓓ



A. Chứng minh tương tự bài 4 vấn đề 4 (vị trí tương đối của hai đường tròn), ta có: ΔMAN vuông ở A

B. Ta có ΔAMB vuông tại M và ΔANC vuông tại N

$\Rightarrow \widehat{AMD} = \widehat{AND} = \widehat{MAN} = 90^\circ$

Vậy tứ giác AMDN là hình chữ nhật

C. Hai tam giác OAI và OMI có :

OI : Cạnh chung

OA = OM = bán kính

IA = IM (nửa đường chéo của hình chữ nhật)

Do đó $\Delta OAI = \Delta OMI$

$\Rightarrow \widehat{OAI} = \widehat{OMI} = 90^\circ$ (vì $\widehat{OMI} = 90^\circ$) hay $AI \perp OA$

Vậy AI là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O')

11. Ⓒ Sau đây là lời giải của bài toán :

c) Dựng đường tròn (O ; 5cm) và tiếp tuyến xy

b) Dựng đường thẳng d song song với xy và cách xy 3cm

a) Dựng cung tròn (O ; 8cm) cắt d tại I

d) Dựng đường tròn (I ; 3cm). Đó là đường tròn cần dựng

(Xem hình vẽ ở đề bài)

12. Ⓐ Ta có: OA // BH (cùng vuông góc với xy)

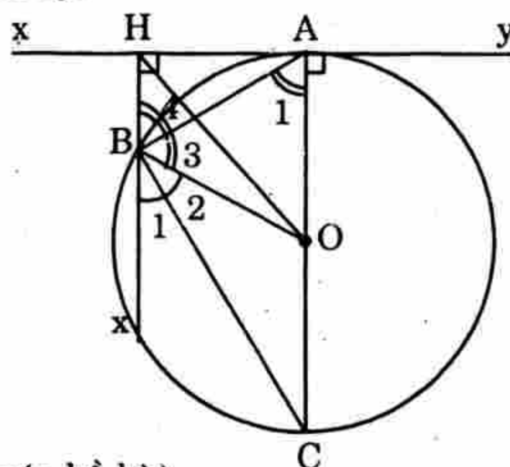
$\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{B_4}$ (so le trong)

mà $\widehat{A_1} = \widehat{B_3}$ (ΔOAB cân tại O)

$\Rightarrow \widehat{B_3} = \widehat{B_4}$

Hay BA là tia phân giác của góc OBH

Ta còn có BC là tia phân giác của góc Obx (gt)



$\Rightarrow BA \perp BC$ (vì $\widehat{OBH}$ và $\widehat{OBx}$ là hai góc kề bù)

Hay $\widehat{ABC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta ABC$ nội tiếp nửa đường tròn (O) có AC là đường kính

Vậy điểm C nằm trên đường tròn (O)

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

(Bộ đề tự luyện)

ĐỀ 1

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{-5x}}{x^2 - 4}$ xác định khi và chỉ khi :

A. $x \geq 5$ và $x \neq -2$ **B.** $x \geq 0$ và $x \neq 2$

C. $x \geq 0$ và $x \neq \pm 2$ **D.** $x \leq 0$ và $x \neq -2$

2. Rút gọn biểu thức : $Q = \dfrac{\sqrt{4 - \sqrt{7}}.(4 + \sqrt{7})}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{7})}$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\dfrac{3}{2}$ **B.** $\dfrac{4}{3}$ **C.** $\dfrac{5}{4}$ **D.** $\dfrac{2}{3}$

3. Cho hai đường thẳng :

$(D_1) : y = (3m - 2)x + n - 5$

$(D_2) : y = (1 + 2m)x - 2n + 1$

$(D_1) // (D_2)$ khi và chỉ khi :

A. $m = -3, n = 2$ **B.** $m = 3,\ n \neq -\dfrac{1}{2}$

C. $m = 3, n \neq 2$ **D.** $m = \dfrac{1}{3}, n \neq -2$

4. Giải tam giác vuông ABC ($\widehat{A} = 90^0$). Biết $\widehat{B} = 60^o$, AB = 4cm.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\widehat{C} = 30^o$, $AC = 4\sqrt{2}$cm, BC = 6cm

B. $\widehat{C} = 30^o$, $AC = 4\sqrt{3}$cm, BC = 8cm

C. $\widehat{C} = 30^o$, AC = 4cm, $BC = 6\sqrt{3}$cm

D. AC = 4cm, $BC = 8\sqrt{3}$cm

5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D và E theo thứ tự là hình chiếu của H lên AB và AC

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AH = DE **B.** AB.AD = AC.AE

C. $\dfrac{1}{DE^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$ **D.** A), B), C) đều đúng

II. PHẦN TỰ LUẬN

1. Giải phương trình :

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 4$ b) $\dfrac{3\sqrt{x} + 1}{7\sqrt{x} - 5} = \dfrac{8}{15}$

2. Cho đường thẳng (D) : $y = (3 - m)x + 4$

a) Xác định giá trị của m để (D) đi qua điểm P(– 1 ; 2)

b) Vẽ (D) với giá trị của m vừa tìm được

3. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Qua A vẽ đường thẳng d song song với OO' cắt (O) tại C và cắt (O') tại D. Tiếp tuyến của (O) tại C và tiếp tuyến của (O') tại D cắt nhau ở M. Gọi I là trung điểm của BM. Chứng minh rằng :

a) Ba điểm B, O, C thẳng hàng

b) Tam giác ICD cân tại I

ĐỀ 2

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Rút gọn biểu thức : $M = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(2 + \sqrt{5})^2}$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M = -2\sqrt{5}$ **B.** $M = -4$ **C.** $M = 2\sqrt{5}$ **D.** $M = 4$

2. Tập nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2}{\sqrt{5}} + \sqrt{20} = 0$ là :

A. $S = \{-10\}$ **B.** $S = \{0 ; \sqrt{10}\}$

C. $S = \{\pm\sqrt{10}\}$ **D.** $S = \varnothing$

3. Cho hai đường thẳng : $(D_1) : y = \dfrac{4}{3}x + 2$ và $(D_2) : y = x + 1$.

Tọa độ giao điểm M của (D_1) và (D_2) là :

A. M(– 1 ; – 2) **B.** M(3 ; – 2) **C.** M(2 ; – 3) **D.** M(– 3 ; – 2)

4. Điền các từ thích hợp vào chỗ trống :

A. Tâm của đường tròn có bán kính 2cm tiếp xúc ngoài với đường tròn (O ; 5cm) nằm trên ....

B. Tâm của đường tròn có bán kính 2cm tiếp xúc trong với đường tròn (O ; 5cm) nằm trên ....

5. Cho đường tròn (O ; R) đường kính AB, M là điểm tùy ý trên (O). Tiếp tuyến tại M cắt hai tiếp tuyến tại A và B ở C và D.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. ΔCOD vuông tại O **B.** AC + BD = CD

C. $AC.BD = R^2$ **D.** A), B), C) đều đúng

II. PHẦN TỰ LUẬN

1. Rút gọn biểu thức : $A = \dfrac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 + 2x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} + \dfrac{3(\sqrt{xy} - y)}{x - y}$

(với x, y > o và x ≠ y)

2. Cho ba đường thẳng: (D_1): y = – 3x ; (D_2): y = x + 4 ; (D_3): y = (2 – m)x + 1. Xác định giá trị của m để ba đường thẳng (D_1), (D_2), (D_3) cắt nhau tạo một điểm.

3. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Từ một điểm P trên tiếp tuyến chung tại A, hai tiếp tuyến PB và PC (B ∈ (O), C ∈ (O')). Hai đường thẳng BO và CO' cắt nhau tại D. Chứng minh rằng :

a) PB = PC

b) Bốn điểm P, B, D, C cùng ở trên một đường tròn

c) PD là đường trung trực của đoạn thẳng BC

ĐỀ 3

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Với giá trị nào của x dưới đây để giá trị của biểu thức :

$P = \dfrac{4 - x}{x^2 - 1} + \sqrt{-3x - 12}$ được xác định?

A. $x \le -4$ **B.** $x \le 4$

C. $x \le -1$ **D.** A), B), C) đều sai

2. Rút gọn biểu thức : $T = \dfrac{1}{\sqrt{7 - \sqrt{24}} + 1} - \dfrac{1}{\sqrt{7 + \sqrt{24}} - 1}$

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $T = -\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ **B.** $T = -\sqrt{6}$ **C.** $T = -\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ **D.** $T = 0$

3. Đường thẳng (d) qua hai điểm (0 ; 2) và (– 1 ; 0) là đồ thị của hàm số:

A. $y = -x + 2$ **B.** $y = 2x - 2$ **C.** $y = 2x + 2$ **D.** $y = \dfrac{1}{2}x - 1$

4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH = $\sqrt{5}$cm, AH chia cạnh BC thành hai đoạn hơn kém nhau 4cm. Độ dài cạnh BC bằng :

A. 5cm **B.** 5,5cm **C.** 6cm **D.** 7,6cm

5. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O ; 6cm). Cạnh của tam giác đều bằng :

A. $3\sqrt{2}$cm **B.** $4\sqrt{3}$ cm **C.** $5\sqrt{2}$cm **D.** $6\sqrt{3}$cm

II. PHẦN TỰ LUẬN

1. Tìm m để đồ thị của hàm số $y = \left(3 - \frac{2m}{3}\right)x + \frac{1}{3}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ x = – 3

2. a) Trên cùng một mặt phẳng tọa độ vẽ đồ thị của hàm số :

$y = -\frac{1}{3}x + 1$ và $y = 2x + \frac{1}{4}$

b) Tính tọa độ giao điểm M của hai đồ thị trên

3. Cho hai đường thẳng :

$(D_1) : y = \left(\frac{1}{2} + m\right)x - 3n + 2$

$(D_2) : y = 5mx + 4$

Xác định m, n để :

a) (D_1) cắt (D_2)

b) $(D_1) // (D_2)$

c) $(D_1) \equiv (D_2)$

4. Cho ba đường tròn (O ; R) ; (O' ; R') và (O" ; r) với r < R' < R cùng tiếp xúc với đường thẳng xy và tiếp xúc ngoài nhau từng đôi một. Chứng minh rằng : $\frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{1}{\sqrt{R}} + \frac{1}{\sqrt{R'}}$

MỤC LỤC

PHẦN ĐẠI SỐ

PHẦN HÌNH HỌC

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội

Điện thoại : (04) 9 724852 – (04) 9 724770 – Fax (04) 9 714899

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc : **PHÙNG QUỐC BẢO**

Tổng biên tập : **NGUYỄN BÁ THÀNH**

Biên tập

Lan Anh

Chế bản

NS. Bình Thạnh

Trình bày bìa

Ngọc Anh

Tổng phát hành : Công ty TNHH DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT

Địa chỉ : 374 Xô Viết Nghệ Tĩnh P.25 – Q.BT – TP.HCM

ĐT: 5117907 – Fax: 8999898

Email: binhthanhbookstore@yahoo.com

Bài tập trắc nghiệm toán 9 (tập 1)

Mã số : 1L – 267 ĐH2007

In 3.000 cuốn, khổ 16×24 cm, tại XN in TÂN BÌNH.

Số xuất bản : 820 – 2007/ CXB/ 14 – 125/ĐHQGHN ngày 10/10/ 2007.

Quyết định xuất bản số : 608 LK/XB

In xong và nộp lưu chiểu quý IV năm 2007.